

Research Paper

مقاله پژوهشی

## Locating the Average Pressure Zone Point in Water Distribution Networks through Hydraulic Analysis

## مکان‌یابی نقطه میانگین ناحیه فشاری در شبکه‌های توزیع آب بر اساس تحلیل هیدرولیکی

Reza Moasheri<sup>1</sup> and Mohammadreza Jalili Ghazizadeh<sup>2\*</sup>

رضا معاشری<sup>۱</sup> و محمدرضا جلیلی قاضی‌زاده<sup>۲\*</sup>

1- Ph.D., Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.  
2- Associate Professor Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

۱- دانش‌آموخته دکتری تخصصی، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط‌زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.  
۲- دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط‌زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

\*Corresponding Author, Email: [m\\_jalili@sbu.ac.ir](mailto:m_jalili@sbu.ac.ir)

\*نویسنده مسئول، ایمیل: [m\\_jalili@sbu.ac.ir](mailto:m_jalili@sbu.ac.ir)

Received: 28/06/2023

Revised: 04/09/2023

Accepted: 26/09/2023

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۰۷

تاریخ اصلاح: ۱۴۰۲/۰۶/۱۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۰۴

© انجمن آب و فاضلاب ایران

### Abstract

### چکیده

Monitoring Water Distribution Networks (WDNs) often involves pressure metering, but determining the optimal placement of pressure sensors and accurately calculating the average pressure remains a challenge. To address this, it is crucial to measure pressure at the Average Zone Point (AZP) in the field. However, conventional methods for AZP determination can introduce significant errors. This paper introduces a novel method for AZP determination in WDNs. The approach transforms the existing WDN into a graph and assigns edge weights based on pipe energy loss. By employing Dijkstra's algorithm and a new cost function, the optimal AZP location is identified. This method was applied to two reference networks, Hanoi and modified Poulakis, yielding promising results. Pressure measurements obtained through this method more accurately represent the network's average pressure, with an absolute error of less than 0.5% for the studied networks. Moreover, this approach significantly reduces errors compared to conventional methods, achieving an error reduction of over 93%. This innovative method holds great potential for adoption by water and wastewater companies.

یکی از اقدامات موجود در زمینه پایش شبکه‌های توزیع آب، فشارسنجی است. اما تعیین اولویت مکانی حسگرهای فشار و روش کاربردی تعیین مقدار فشار متوسط، همواره موردسوال است. برای دستیابی به این هدف، باید در نقطه میانگین ناحیه (AZP)، فشارسنجی میدانی انجام شود. به‌کارگیری روش‌های متعارف برای استخراج چنین نقطه‌ای، می‌تواند خطای زیادی ایجاد کند. در این مقاله، روشی برای تعیین نقطه میانگین ناحیه در شبکه‌های توزیع آب پیشنهاد شده است. در این روش، شبکه موجود به یک گراف تبدیل شده و تخصیص وزن به یال‌های آن، براساس مقدار افت انرژی لوله‌ها، صورت می‌گیرد. سپس با استفاده از الگوریتم دایکسترا و با تعریف تابع هزینه‌ای که در این مطالعه برای نخستین بار مطرح شده است، مکان‌یابی بهینه AZP انجام می‌شود. روش پیشنهادی بر روی دو شبکه مرجع (هانوی و پولاکیس اصلاح‌شده)، پیاده‌سازی شد. نتایج نشان داد که فشار نقاط انتخابی با این فرآیند، می‌تواند نماینده بهتری برای فشار متوسط باشد؛ به‌صورتی که قدرمطلق خطای فشار متوسط برآوردشده در شبکه‌های مورد مطالعه، کمتر از ۰/۵ درصد بود. استفاده از چنین رویکردی سبب شد که خطای ناشی از به‌کارگیری روش متعارف در خصوص برآورد پارامتر مذکور، بالغ بر ۹۳ درصد کاهش یابد. روش پیشنهادی می‌تواند مورد استفاده شرکت‌های آب و فاضلاب قرار گیرد.

**Keywords:** Water Distribution Networks, Average Pressure, Average Zone Point, Dijkstra Algorithm, Graph Theory.

**کلمات کلیدی:** شبکه‌های توزیع آب، فشار متوسط، نقطه میانگین ناحیه، الگوریتم دایکسترا، تئوری گراف.

و شناسایی حوادث لوله‌ها توسعه دادند. همان‌طور که پیش‌تر مطرح شد، تاکنون پژوهش‌های مختلفی در این زمینه انجام شده است. اما موضوع مهمی که کمتر به آن توجه شده، پارامتر فشار متوسط شبکه است؛ پارامتری که در محاسبات تعادل آبی شبکه‌های توزیع آب، برآورد شاخص‌های عملکردی و کالیبراسیون مدل‌های هیدرولیکی موردنیاز است. هم‌چنین از آن جایی که لوله‌ها، یکی از اجزای اساسی شبکه‌های توزیع آب محسوب می‌شوند، طراحی یک برنامه مناسب برای بازسازی و نوسازی آن‌ها از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. پارامتر فشار متوسط شبکه در نتایج انجام این فرآیند برای چنین دارایی‌های ارزشمندی، تأثیر مهمی دارد (صالحی و همکاران، ۱۳۹۷؛ Salehi et al., 2022).

در پهنه‌های مدیریت‌شده فشاری ( $PMZ^3$ ) یا نواحی مجزای اندازه‌گیری‌شده ( $DMAs^4$ )، فشار معمولاً در نقطه بحرانی (دارای حداقل فشار ممکن) و هم‌چنین در نقطه ورودی، اندازه‌گیری می‌شود. ولی موضوع قابل توجه، ضرورت تعیین یک نقطه میانگین ناحیه ( $AZP^5$ ) برای هر پهنه/ناحیه است. این نقطه برای اندازه‌گیری فشار متوسط شبانه ناحیه ( $AZNP^6$ ) نیز مناسب است. نقطه میانگین ناحیه ( $AZP$ ) یک موقعیت فیزیکی (معمولاً یک شیر آتش‌نشانی) است که فشار در این نقطه می‌تواند نماینده فشار متوسط پهنه در زمان‌های مختلف (ساعتی، روزانه و فصلی) باشد (Lambert, 2013). به‌عبارت‌دیگر، نقطه میانگین ناحیه ( $AZP$ )، نقطه‌ای است که فشار یک ناحیه مجزا یا پهنه مدیریت‌شده فشاری در آن اندازه‌گیری شده و به‌عنوان میانگین تمام فشارهای آن ناحیه در نظر گرفته می‌شود (M36, 2016). لازم‌به‌ذکر است که مشاوران و بهره‌برداران شرکت‌های آب و فاضلاب معمولاً از یک روش سنتی (متعارف) برای تخمین نقطه میانگین ناحیه ( $AZP$ ) استفاده می‌کنند؛ ولی نتایج حاکی از آن است، فشار نقطه‌ای که با چنین روشی مکان‌یابی شده است، می‌تواند خطای بسیار زیادی نسبت به فشار متوسط واقعی شبکه موردبررسی داشته باشد. به‌همین دلیل در این مقاله، یک فرآیند مبتنی بر تحلیل هیدرولیکی و با استفاده از تئوری گراف، برای تعیین نقطه میانگین ناحیه ( $AZP$ ) در شبکه‌های توزیع آب پیشنهاد شده است.

## ۲- مواد و روش انجام کار

در این قسمت ابتدا روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه ( $AZP$ ) شرح داده شده و سپس روش پیشنهادی برای تعیین چنین نقطه‌ای در یک شبکه توزیع آب توضیح داده می‌شود.

شبکه‌های توزیع آب، به‌عنوان یکی از عناصر مهم زیرساخت‌های عمرانی هر کشوری تلقی می‌شوند که وظیفه مهم تأمین نیازهای آبی مشترکین را به‌عهده دارند (Yang and Wang, 2023). درواقع هدف اصلی یک شبکه توزیع آب، تحویل آب به جمعیت تحت پوشش خود، با کیفیت، کمیت و فشار قابل قبول است (Ferreira et al., 2023). این شبکه‌ها علاوه بر تأثیر در سلامت بهداشت، در ساختارهای اجتماعی، اقتصادی و محیط‌زیستی جوامع نیز اثرگذار هستند (صالحی و همکاران، ۱۳۹۷) و به‌همین دلیل، باید از لحاظ ایمنی و عملکرد بهینه، مورد پایش و کنترل قرار گیرند (Peng et al., 2022). پایش هیدرولیکی شبکه‌های توزیع آب به‌دلیل اثرگذاری در کمیت آب تحویلی به مصرف‌کنندگان، از اهمیت به‌سزایی برخوردار است؛ از سوی دیگر، وضعیت هیدرولیکی شبکه‌های مذکور تأثیر مستقیمی بر کیفیت آب عبوری از خطوط لوله دارند. در این راستا، جانمایی محل حسگرهای فشار از اهمیت به‌سزایی برخوردار بوده و به‌همین دلیل توجه پژوهشگران مختلفی را به‌خود جلب کرده است. به‌همین دلیل، مطالعات متعددی در این زمینه، طی سال‌های اخیر انجام شده است.

Cao et al. (2019) مکان‌یابی حسگرها را به‌منظور نشان‌دادن الگوهای فشاری مختلف در مناطق همگن یک شبکه توزیع آب انجام دادند. Simone et al. (2016) مکان‌یابی حسگرهای فشار را براساس تجزیه و تحلیل توپولوژیکی شبکه پیشنهاد دادند. در روش مذکور، یک شبکه توزیع آب به چندین پهنه مجزا تقسیم می‌شود و یک حسگر فشار در مرکز هر پهنه قرار می‌گیرد. Klapcsik et al. (2018) با استفاده از تئوری گراف، یک شبکه توزیع آب را به چندین زیر بخش تقسیم نموده و در ادامه برای هر زیر بخش، یک یا چندین حسگر مکان‌یابی کردند. Meier and Barkdoll (2000) آرایش حسگرها را به مسئله بهینه‌سازی تبدیل کرده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک ( $GA^1$ ) جانمایی بهینه آن‌ها را پیدا کردند. Ferreira et al. (2023) مکان‌یابی حسگرهای فشار در یک شبکه را با استفاده از الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب ( $NSGA-II^2$ ) و با تنظیم مناسب پارامترهای آن، انجام دادند.

در برخی پژوهش‌ها، جانمایی حسگرهای فشاری با هدف (اهداف) خاصی نظیر افزایش کارایی روش‌های مبتنی بر مدل در موضوع نشت‌یابی یا تعیین محل حوادث صورت گرفته است. به‌عنوان مثال، Ferreira et al. (2021, 2022) یک الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه را برای تعیین تعداد و محل بهینه حسگرهای فشاری با در نظرگیری کالیبراسیون مدل هیدرولیکی

## ۲-۲- روش پیشنهادی برای تعیین نقطه میانگین ناحیه

(AZP)

طبق تعریف، نقطه میانگین ناحیه (AZP)، نقطه‌ای است که فشار آن نقطه برابر فشار متوسط شبکه است. چنان‌چه نقطه‌ای یافته شود که بزرگی مجموع اختلاف فشار آن نقطه تا نقاط دیگر شبکه کمینه باشد، این نقطه همان نقطه میانگین ناحیه خواهد بود. به عبارت دیگر، نقطه  $i$ ، برابر نقطه میانگین ناحیه است؛ اگر رابطه (۲) به‌ازای آن کمینه شود.

$$Cost_i = \left| \sum_{j=1}^N ((Z_i - Z_j) + \Delta E_{i-j}) \right| \quad (2)$$

که  $Cost_i$ : مقدار تابع هزینه (متر) به‌ازای در نظرگیری گره  $i$  ام به‌عنوان AZP،  $N$ : تعداد کل گره‌های شبکه و  $Z_i$  و  $Z_j$ : به‌ترتیب رقوم ارتفاعی (متر) گره  $i$  ام و گره  $j$  ام هستند. لازم به ذکر است که در این رابطه، از ترم‌های سرعت به‌دلیل ناچیز بودن آن‌ها صرف‌نظر شده است.

ترم  $\Delta E_{i-j}$  (متر) در رابطه (۲) برابر مجموع افت‌های اصطلاحی  $(h_{f,i-j})$  و افت‌های موضعی  $(h_{m,i-j})$  مسیر گره  $i$  تا گره  $j$  بوده و به‌صورت رابطه (۳) قابل بیان است (Trifunovic, 2006).

$$\begin{aligned} \Delta E_{i-j} &= h_{f,i-j} + h_{m,i-j} \\ &= R_f Q^{n_f} |i^m to^j| \\ &\quad + R_m Q^{n_m} |i^m to^j| \end{aligned} \quad (3)$$

که  $R_f$ : بیانگر مقاومت لوله با قطر  $D$  و طول  $L$ ، در حد فاصل گره  $i$  تا گره  $j$  است. پارامتر  $R_m$  را می‌توان به‌عنوان مقاومت در سطح مقطع لوله ذکر شده، جایی که در آن انسداد اتفاق افتاده است، تعریف نمود.  $Q$ : دبی عبوری از این لوله بوده و توان‌های  $n_m$  و  $n_f$  نیز بستگی به نوع معادله افت به‌کار برده شده دارند.

رویکرد استفاده‌شده برای محاسبه مقدار تابع هزینه (رابطه (۲)) در روش پیشنهادی به شرح زیر است (شکل ۱):

**گام اول:** در ابتدا باید مدل هیدرولیکی شبکه موجود با استفاده از داده‌های جدید موردنیاز، ساخته شود. در صورت وجود مدل هیدرولیکی از شبکه مورد مطالعه، فرآیند کالیبراسیون باید به‌منظور تطبیق هرچه بیشتر مدل با واقعیت آن، پیاده‌سازی شود؛ **گام دوم:** تبدیل مدل هیدرولیکی شبکه آب موجود به گرافی وزن دار، متشکل از مجموعه‌ای از یال‌ها (لوله‌ها) و رأس‌ها (گره‌ها)؛ **گام سوم:** محاسبه رابطه (۳) برای هر یال موجود و تخصیص آن

## ۲-۱- روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه (AZP)

روش سنتی برای تعیین نقطه AZP در هر پهنه فشاری از یک شبکه توزیع آب، از گام‌های زیر تشکیل می‌شود (Lambert, 2013):

**گام اول:** محاسبه تراز ارتفاعی متوسط وزنی ( $WAGL^7$ ) برای یک پارامتر مناسب زیربنایی (معمولاً تعداد انشعابات مشترکین، طول خطوط اصلی یا تعداد شیرهای آتش‌نشانی). تراز ارتفاعی متوسط وزنی ( $WAGL$ ) تراز است که ارتفاع آن برابر ارتفاع نقطه میانگین ناحیه (AZP) است. روش‌های محاسبه تراز ارتفاعی متوسط وزنی بر مبنای وزن دهی به یک پارامتر مناسب زیربنایی شبکه بوده و شامل روش‌های مبتنی بر تعداد انشعابات (یا تعداد کنورها)، تعداد شیرهای آتش‌نشانی و یا طول خطوط اصلی است. از طرفی با استفاده از سامانه‌ی اطلاعات جغرافیایی ( $GIS^8$ ) یا سامانه‌ی موقعیت‌یاب جهانی ( $GPS^9$ ) می‌توان تراز ارتفاعی هر انشعاب (در کنتر مشترکین) و/یا شیرهای آتش‌نشانی را تعیین نمود. داده‌های به‌دست‌آمده، سپس برای تعیین تراز ارتفاعی متوسط وزنی برای نوع انتخاب‌شده از پارامترهای زیربنایی ناحیه استفاده می‌شود. این روش چون نیازمند ارتفاع‌دهی و انجام عملیات مکان‌یابی و GPS است، نیازمند صرف زمان و هزینه بوده و ممکن است همیشه در دسترس نباشد. درعین حال در صورت وجود داده‌های کافی بهترین و دقیق‌ترین روش برای تعیین تراز ارتفاعی متوسط وزنی است (Lambert, 2013). از سوی دیگر، با توجه به این‌که در شبکه‌های کنونی عمدتاً اطلاعات مکانی مربوط به کنترهای مشترکین و رقوم ارتفاعی آن‌ها در دسترس است، تراز ارتفاعی متوسط وزنی ( $WAGL$ ) هر پهنه فشاری را می‌توان به‌صورت میانگین وزنی تراز ارتفاعی اشتراک‌های آن پهنه به‌دست آورد. بدین منظور از رابطه (۱) استفاده می‌شود.

$$WAGL_i = \frac{\sum_{j=1}^n Z_{i,j} \cdot P_{i,j}}{\sum_{j=1}^n P_{i,j}} \quad (1)$$

که  $WAGL_i$ : تراز ارتفاعی متوسط وزنی پهنه فشاری  $i$  ام،  $Z_{i,j}$ : تراز ارتفاعی اشتراک  $j$  ام پهنه فشاری  $i$  ام و  $P_{i,j}$ : تعداد جمعیت تحت پوشش اشتراک  $j$  ام پهنه فشاری  $i$  ام هستند.

**گام دوم:** انتخاب یک شیر آتش‌نشانی مناسب در نزدیکی مرکز پهنه دارای تراز ارتفاعی به‌دست‌آمده از گام اول

**گام سوم:** به دست آوردن فشار در AZP با اندازه‌گیری مستقیم یا ارزیابی غیرمستقیم

**گام چهارم:** ثبت محاسبات و روش‌های استفاده‌شده.

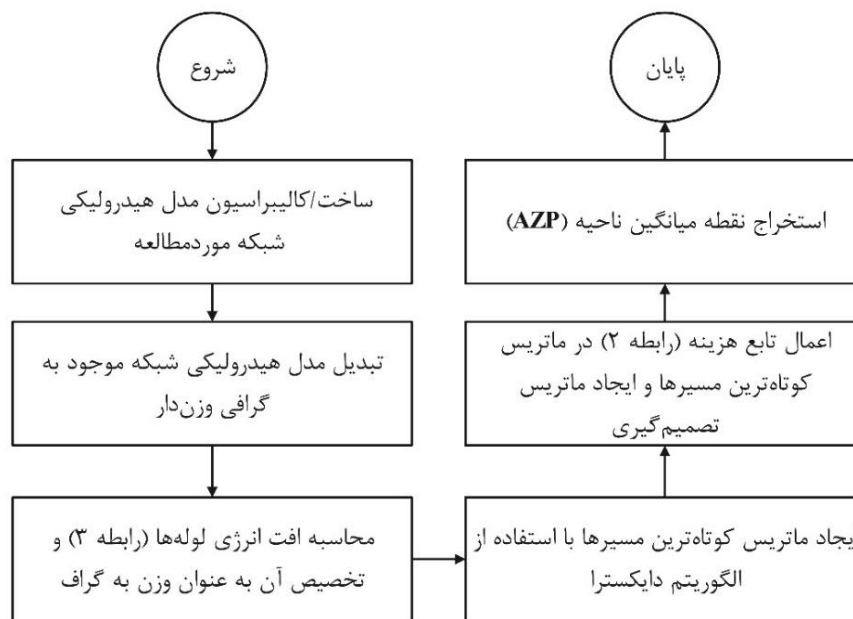
بعد از برآورد، در ستون آخر همین ماتریس قرار می‌گیرد. ماتریس مذکور، "ماتریس کوتاه‌ترین مسیرها" نامیده می‌شود. برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین هر دو رأس این گراف از الگوریتم دایکسترا<sup>۱۰</sup> استفاده می‌شود که جزئیات آن در قسمت‌های دیگر آورده شده است.

**گام پنجم:** مقدار تابع هزینه (رابطه (۲)) برای هر یک از ستون‌های "ماتریس کوتاه‌ترین مسیرها" محاسبه می‌شود. نتایج محاسبات در ماتریسی تحت‌عنوان "ماتریس تصمیم‌گیری" ذخیره می‌شود. این ماتریس به صورت  $1 \times N$  خواهد بود که در آن  $N$  برابر تعداد کل گره‌های شبکه است.

**گام ششم:** گره متناظر با شماره‌ای از "ماتریس تصمیم‌گیری" که کمترین مقدار تابع هزینه (رابطه (۲)) را دارد، به‌عنوان نقطه میانگین ناحیه انتخاب شده و فشار متناظر با آن به‌عنوان فشار متوسط شبکه در نظر گرفته می‌شود.

به‌عنوان وزن به گراف حاصل‌شده؛

**گام چهارم:** محاسبه ماتریس کوتاه‌ترین مسیرها در گراف تهیه‌شده: بدین منظور ماتریسی به ابعاد  $N \times N$  (که در آن  $N$  برابر تعداد کل گره‌های شبکه یا تعداد کل رئوس گراف موجود است) حاصل خواهد شد. در ادامه، کوتاه‌ترین مسیر از رأس اول تا رأس اول (که طول آن برابر صفر است)، از رأس اول تا رأس دوم، از رأس اول تا رأس سوم و به‌همین صورت از رأس اول تا رأس  $N$  ام، استخراج شده، مجموع جبری وزن یال‌های هر مسیر محاسبه و مقادیر آن‌ها به‌عنوان طول آن مسیر، در ستون اول ماتریس تشکیل‌شده قرار می‌گیرد. سپس این فرآیند برای رأس دوم تا هر یک از رئوس شبکه، انجام و نتایج آن در ستون دوم ماتریس مذکور قرار می‌گیرد. درنهایت به‌صورت مشابه، کوتاه‌ترین مسیر از رأس  $N$  ام تا رأس اول، از رأس  $N$  ام تا رأس دوم، از رأس  $N$  ام تا رأس سوم و در نهایت از رأس  $N$  ام تا رأس  $N$  ام (که طول آن برابر صفر است)، یافته‌شده و مقادیر متناظر با وزن یال‌های آن مسیرها



شکل ۱- روند نامی روش پیشنهادی برای تخمین نقطه میانگین ناحیه (AZP) در شبکه‌های توزیع آب

$G = (V, E)$  تعریف می‌شود که در آن  $V$  یک مجموعه غیر تهی از رئوس (یا گره‌ها) و  $E$  یک مجموعه از یال‌ها است. هر یال، یک یا دو رأس مربوط به خود دارد که نقاط پایانی آن یال تعریف می‌شود (Rosen, 2011).

## ۲-۱-۱-۲-۱- تئوری الگوریتم دایکسترا

مسئله یافتن کوتاه‌ترین مسیر، در یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین رئوس یک گراف استفاده می‌شود. محاسبات کوتاه‌ترین مسیر را

## ۲-۲-۱- الگوریتم دایکسترا

گراف‌ها، ساختارهای گسسته‌ای متشکل از رئوس (رأس‌ها) و یال‌هایی هستند که این رئوس را به هم متصل می‌کنند. انواع مختلفی از گراف‌ها، بسته به این که آیا یال‌ها جهت‌دار هستند یا خیر، آیا چندین یال می‌توانند یک جفت از رئوس را به هم وصل کنند یا خیر، حلقه در گراف مجاز است یا خیر و غیره، وجود دارند. تقریباً مشکلات موجود در هر رشته‌ای قابل‌تصور را می‌توان با استفاده از مدل‌های گراف حل نمود. یک گراف به‌صورت

مجموعه متمایز ذکر شده اضافه می‌شود. این جزئیات موجود در الگوریتم دایکسترا است. این الگوریتم با برچسب‌گذاری  $a$  با عدد صفر و دیگر رئوس با  $\infty$  آغاز می‌شود. در این خصوص از نشانه‌گذاری  $L_0(a) = 0$  و  $L_0(v) = \infty$  برای این برچسب‌ها قبل از هرگونه تکراری استفاده می‌شود (به‌صورت استاندارد، زیرنویس 0 بیانگر صفر امین تکرار است). این برچسب‌ها، طول کوتاه‌ترین مسیر از  $a$  تا رأس‌های دیگرند که شامل تنها رأس  $a$  هستند (به‌دلیل آن‌که هیچ مسیر دیگری از  $a$  تا رأس دیگری غیر از  $a$  وجود دارد، طول کوتاه‌ترین مسیر از  $a$  تا بقیه رئوس در این تکرار، برابر بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود).

الگوریتم دایکسترا، با تشکیل یک مجموعه متمایز از رئوس ادامه می‌دهد. در این خصوص  $S_k$  نمایانگر این مجموعه بعد از  $k$  تکرار رویکرد برچسب‌گذاری است. در شروع  $S_0 = \emptyset$  است. مجموعه  $S_k$  از مجموعه  $S_{k-1}$  و اضافه کردن یک رأس  $u$  که در مجموعه  $S_{k-1}$  وجود نداشته و دارای کوچک‌ترین برچسب است، تشکیل می‌شود. هنگامی که  $u$  به مجموعه  $S_k$  اضافه می‌شود، برچسب تمام رئوسی که در مجموعه  $S_k$  قرار ندارند، به‌روزرسانی می‌شود؛ به‌دلیل آن‌که  $L_k(v)$  (برچسب رأس  $v$  در تکرار  $k$  ام)، برابر طول کوتاه‌ترین مسیر از رأس  $a$  به رأس  $v$  بوده که تنها شامل رئوسی است که در مجموعه  $S_k$  وجود دارند. توجه شود روشی که در خصوص اضافه کردن رأس  $u$  به مجموعه  $S_k$  در هر تکرار انتخاب می‌شود، یک انتخاب بهینه در هر مرحله است و سبب می‌شود این یک الگوریتم حریمانه باشد (می‌توان اثبات کرد که این الگوریتم حریمانه، همیشه یک راه‌حل بهینه تولید می‌نماید). در نظر بگیرید که  $v$  شامل رأسی است که در مجموعه  $S_k$  وجود ندارد. برای به‌روزرسانی برچسب  $v$ ، باید توجه کرد که  $L_k(v)$  برابر طول کوتاه‌ترین مسیر از رأس  $a$  تا رأس  $v$  است (به‌طوری‌که تنها شامل رئوس موجود در مجموعه  $S_k$  است). عمل به‌روزرسانی برچسب‌ها می‌توان به شیوه کارآمد زیر صورت گیرد: کوتاه‌ترین مسیر از رأس  $a$  تا رأس  $v$  شامل رئوسی که تنها در مجموعه  $S_k$  هستند، یا شامل کوتاه‌ترین مسیر از  $a$  تا  $v$  شامل المان‌های مجموعه  $S_{k-1}$  (که شامل رئوس متمایز غیر از رأس  $u$  است) بوده یا این مسیر برابر کوتاه‌ترین مسیر از رأس  $a$  تا رأس  $u$  در مرحله  $(k-1)$  ام به‌علاوه یال  $\{u, v\}$  است (رابطه (۴)).

$$L_k(a, v) = \min\{L_{k-1}(a, v), L_{k-1}(a, u) + w(u, v)\}, \quad (4)$$

که  $w(u, v)$ : برابر طول یال با نقاط انتهایی  $u$  و  $v$  است. این رویکرد با افزودن متوالی رئوس به مجموعه متمایز تا زمانی که  $z$  به

می‌توان به شکل‌های مختلفی دسته‌بندی نمود؛ از قبیل: مسئله کوتاه‌ترین مسیر تک چشمه<sup>۱۱</sup>، مسئله کوتاه‌ترین مسیر تک جفت<sup>۱۲</sup>، مسئله کوتاه‌ترین مسیر تک مقصد<sup>۱۳</sup>، مسئله کوتاه‌ترین مسیر همه جفت‌ها<sup>۱۴</sup> و غیره. به‌صورت گسترده، الگوریتم دایکسترا در یافتن کوتاه‌ترین مسیر تک چشمه استفاده شده و کاربرد زیادی در حوزه‌های متعددی از قبیل مسیریابی دارد؛ به‌عنوان مثال می‌تواند کوتاه‌ترین فاصله بین دو مکان دلخواه را پیدا کند (Parekh et al., 2022).

به‌صورت کلی، الگوریتم‌های مختلفی برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس در یک گره وزن‌دار وجود دارد. اما می‌توان ادعان کرد که در میان تمام الگوریتم‌هایی که برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین رئوس یک گراف پیشنهاد شده‌اند، الگوریتم دایکسترا، احتمالاً کارآمدترین آن‌هاست. این الگوریتم می‌تواند عملیات پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر از یک شهر دلخواه (که به‌عنوان گره آغازین یا گره شروع نامیده می‌شود) به دیگر شهرهای یک شبکه را به‌صورت مؤثری انجام دهد (Maw et al., 2019). این الگوریتم توسط یک ریاضیدان هلندی به نام Edsger W. Dijkstra در سال ۱۹۵۹ میلادی معرفی شد (Rosen, 2011). الگوریتم دایکسترا می‌تواند بهینه‌ترین مسیریابی را پیدا کند؛ به‌عبارت‌دیگر، صحت انتخاب کوتاه‌ترین مسیر در یک گراف، توسط این الگوریتم برابر ۱۰۰ درصد است (Zhou and Gao, 2019). به‌همین دلیل الگوریتم مذکور در پژوهش‌های مختلفی در سال‌های اخیر مورد استفاده قرار گرفته و نتایج رضایت‌بخشی حاصل شده است (Peng, Bahrami and Siadatmousavi, 2023; Ubaidillah and Sukri, 2023; Khakzad, 2023; et al., 2023; Al Hakim et al., 2022; Salem et al., 2022; Bai et al., 2023; Ahdan and Setiawansyah, 2021; Kim et al., 2022; Perkowski and Tataru, 2020).

الگوریتم دایکسترا، به یافتن طول کوتاه‌ترین مسیر از  $a$  تا رأس اول، طول کوتاه‌ترین مسیر از  $a$  تا رأس دوم و ... ادامه می‌دهد تا طول کوتاه‌ترین مسیر موجود بین  $a$  تا  $z$  را پیدا کند. در نتیجه این الگوریتم می‌تواند نه تنها کوتاه‌ترین مسیر  $a$  تا  $z$ ، بلکه طول کوتاه‌ترین مسیر از  $a$  تا تمام رئوس یک گراف را نیز پیدا کند. این الگوریتم مبتنی بر یک سری تکرار است. یک مجموعه متمایز از رئوس با اضافه کردن یک رأس در هر تکرار ساخته می‌شود. یک رویکرد برچسب‌دار در هر تکرار انجام می‌گیرد. در این رویکرد برچسب‌دار، رأس  $w$  با طول کوتاه‌ترین مسیر از  $a$  تا  $w$  برچسب‌گذاری می‌شود که شامل تنها رأس‌هایی است که در مجموعه متمایز وجود دارند. این رأس که دارای حداقل برچسب در میان رئوسی است که در مجموعه متمایز حضور ندارند، به

بین دو رأس در یک گراف وزن دار غیر جهت دار ساده با تعداد  $n$  رأس استفاده می نماید (Rosen, 2011). پیچیدگی زمانی این الگوریتم نیز به صورت  $O(n^2)$  است (Zhou and Gao, 2019).

### ۳- نتایج و بحث

در این بخش، روش پیشنهادی بر روی مدل هیدرولیکی دو شبکه آب معروف، پیاده سازی شده است.

#### ۳-۱- شبکه هانوی

شبکه آب رسانی شهر هانوی (پایتخت کشور ویتنام) توسط Fujiwara and Khang (1990) معرفی شد. این شبکه (شکل ۳) شامل ۳۲ گره، ۳۴ لوله، ۳ حلقه بوده و دارای یک مخزن با رقوم ثابت سطح آب برابر ۱۰۰ متر است. طول و قطر لوله ها و هم چنین تقاضای مصرف آب گره ها به ترتیب در بازه ۱۰۰-۳۵۰ متر، ۰/۸-۳۰۴/۱۶ میلی متر و ۶۰-۱۳۵ مترمکعب در ساعت قرار دارد. ضرایب هیزن ویلیامز تمامی لوله ها برابر ۱۳۰ است. تمام گره های شبکه نیز در رقوم ارتفاعی صفر متری قرار دارند. فشار متوسط واقعی این شبکه برابر ۴۰/۱۱ متر است. خلاصه نتایج در جدول ۱ آورده شده است.

در روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه، با توجه به این که رقوم ارتفاعی کلیه گره های شبکه برابر صفر است، محل این نقطه در وسط شبکه خواهد بود؛ یعنی در J-18. این گره در شکل ۳ با علامت قرمز رنگ مشخص شده است. فشار این نقطه برابر ۵۴/۱۵ متر است. مشاهده می شود که قدر مطلق اختلاف فشار نقطه میانگین ناحیه برآورد شده با این روش نسبت به فشار متوسط واقعی این شبکه، برابر ۳۴/۹۹ درصد است. در خصوص پیاده سازی روش پیشنهادی، بزرگی افت انرژی هر لوله به رنگ قرمز در شکل ۳ نمایان است. بخش هایی از محاسبات مربوط به ماتریس های کوتاه ترین مسیرها و تصمیم گیری نیز در شکل مذکور آورده شده است. براساس نتایج، مقدار تابع هزینه به ازای در نظرگیری J-9 به عنوان نقطه میانگین ناحیه، برابر ۳/۹۵ متر است. این نقطه با علامت ضربدر سبزرنگ در شکل ۳ مشخص است؛ فشار این نقطه نیز برابر ۳۹/۹۹ متر بوده که دارای قدر مطلق خطای ۰/۳۱ درصد با فشار متوسط واقعی شبکه است. مشاهده می شود که فشار در AZP برآوردی با روش پیشنهادی اختلاف بسیار کمتری با AZP برآوردی با روش متعارف داشته و این برتری روش فوق را نشان می دهد. به عبارت دیگر، روش پیشنهادی توانسته است که خطای ذکر شده را حدود ۹۹/۱۲

مجموعه مذکور اضافه شود، ادامه می یابد و برچسب آن بیانگر طول کوتاه ترین مسیر  $a$  تا  $z$  است. باید توجه داشت که اگر این رویکرد تا اضافه شدن کلیه رأس ها در مجموعه متمایز ادامه پیدا کند، می توان طول کوتاه ترین مسیر از رأس  $a$  تا تمام رؤس آن گراف را پیدا کرد (Rosen, 2011). شبه کد این الگوریتم در شکل ۲ آورده شده است.

```

procedure Dijkstra( $G$ : weighted connected simple
graph, with
all weights positive)
{ $G$  has vertices  $a = v_0, v_1, \dots, v_n = z$  and lengths  $w(v_i, v_j)$ 
where  $w(v_i, v_j) = \infty$  if  $\{v_i, v_j\}$  is not an edge in  $G$ }
for  $i := 1$  to  $n$ 
 $L(v_i) := \infty$ 
 $L(a) := 0$ 
 $S := \emptyset$ 
{the labels are now initialized so that the label of  $a$  is 0
and all
other labels are  $\infty$ , and  $S$  is the empty set}
while  $z \in S$ 
 $u :=$  a vertex not in  $S$  with  $L(u)$  minimal
 $S := S \cup \{u\}$ 
for all vertices  $v$  not in  $S$ 
if  $L(u) + w(u, v) < L(v)$  then  $L(v) := L(u) + w(u, v)$ 
{this adds a vertex to  $S$  with minimal label and updates
the
labels of vertices not in  $S$ }
return  $L(z)$  [ $L(z) =$  length of a shortest path from  $a$  to  $z$ ]
    
```

شکل ۲- شبه کد الگوریتم دایکسترا (Rosen, 2011)

#### ۲-۱-۲-۲- پیچیدگی محاسباتی و زمانی الگوریتم دایکسترا

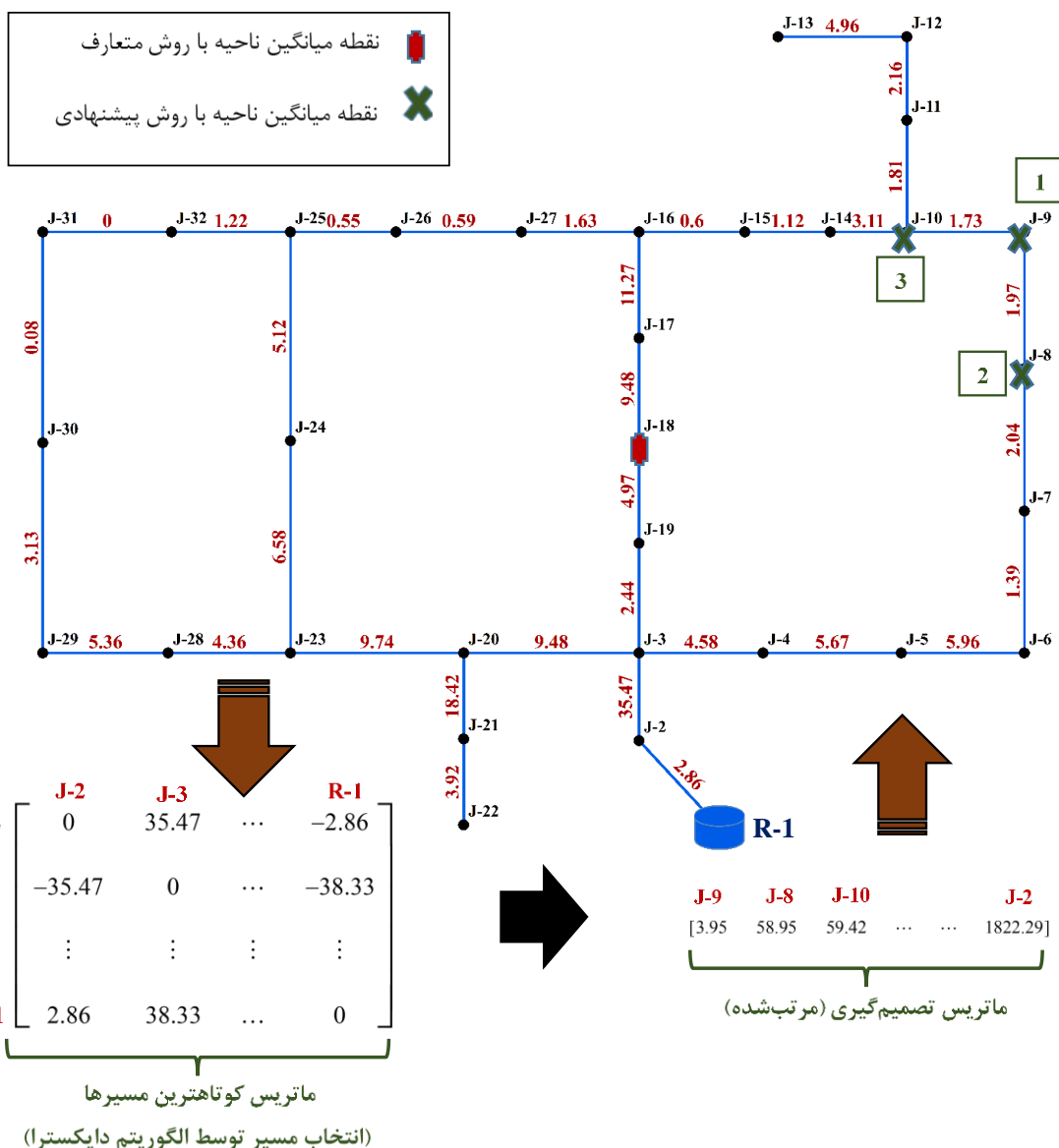
در خصوص پیچیدگی محاسباتی الگوریتم دایکسترا می توان بیان نمود که این الگوریتم بیشتر از  $n-1$  تکرار استفاده نمی کند که در آن  $n$ : برابر تعداد کل رأس های یک گراف است؛ به دلیل آن که یک رأس به مجموعه متمایز در هر تکرار اضافه می شود. حال باید بررسی کرد که در تکرار، چه تعداد عملیات به کار برده می شود. برای شناسایی رأسی که در مجموعه  $S_k$  با کمترین برچسب وجود ندارد، از  $n-1$  فرآیند مقایسه استفاده می شود. در ادامه باید فرآیند اضافه کردن و مقایسه را برای به روزرسانی برچسب هر رأسی که در مجموعه  $S_k$  وجود ندارد، استفاده کرد. به صورت کلی بیشتر از  $2(n-1)$  عملیات در هر تکرار استفاده نمی شود؛ زیرا بیشتر از  $n-1$  برچسب برای به روزرسانی در هر تکرار، وجود ندارد. در نهایت، الگوریتم دایکسترا از  $O(n^2)$  عملیات (مقایسه و اضافه کردن) برای یافتن طول کوتاه ترین مسیر

در نظر گرفته شوند، به ترتیب اولویت، شامل گره‌های J-8 و J-10 و J-9 می‌یابد. اختلاف فشار این دو نقطه با فشار متوسط واقعی شبکه، به ترتیب ۴/۵۸ و ۴/۶۲ درصد است.

درصد کاهش دهد. از جمله مزایای روش پیشنهادی آن است که می‌توان چند نقطه را به ترتیب اولویت به‌عنوان کاندیدای نقطه میانگین ناحیه انتخاب نمود که در صورت وجود مشکلات اجرایی در نقطه بهینه، از سایر نقاط کاندید بهره برد. در این راستا، دو نقطه‌ای که بعد از J-9 می‌توانند به‌عنوان کاندید نقطه میانگین ناحیه در این شبکه

جدول ۱- خلاصه نتایج محاسبات تخمین نقاط میانگین ناحیه شبکه‌های مورد مطالعه

نام شبکه	محل نقطه میانگین ناحیه (AZP)		درصد خطا نسبت به فشار میانگین واقعی (%)	
	روش متعارف	روش پیشنهادی	روش متعارف	روش پیشنهادی
هانوی	J-18	J-9	۳۴/۹۹	۰/۳۱
پولاکیس اصلاح‌شده	J-28	J-38	۷/۳۴	۰/۴۶

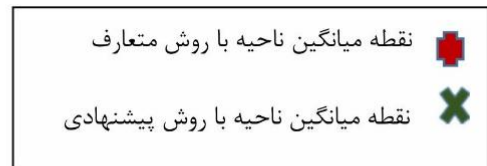
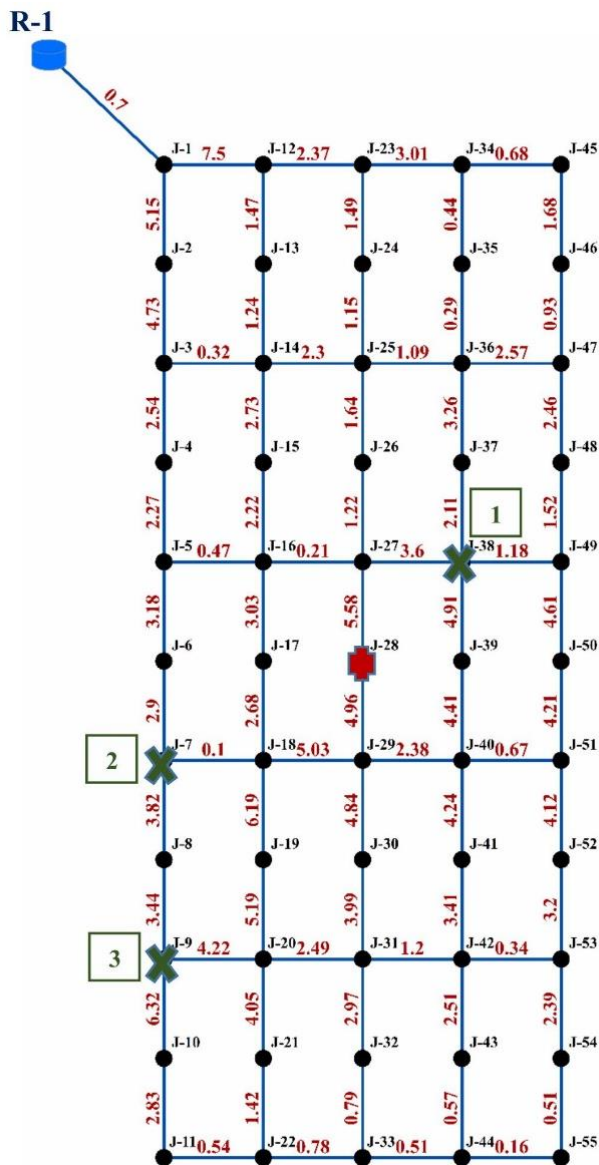


شکل ۳- شبکه هانوی (سه نقطه میانگین ناحیه برآورد شده با روش پیشنهادی، با شماره‌های ۱ تا ۳ به ترتیب اولویت در شکل نمایان است و مقادیر قرمز رنگ بیانگر افت انرژی هر لوله یا وزن آن در گراف حاصل است)

۲-۳- شبکه پولاکیس اصلاح شده

در این قسمت، روش پیشنهادی روی شبکه پولاکیس (Poulakis et al., 2003) اصلاح شده پیاده سازی شده است. در این شبکه، طول لوله های توزیع برابر ۱۰۰۰ متر، ضریب هیزن-ویلیامز هر لوله برابر ۱۳۰ بوده، قطر لوله ها در بازه ۳۰۰-۶۰۰ میلی متر بوده و دارای یک مخزن ( با ارتفاع سطح آب برابر ۷۰ متر) است.

میزان تقاضا در گره های این شبکه در بازه ۵-۴۰ لیتر بر ثانیه بوده و رقوم ارتفاعی آن ها نیز در بازه ۱۰-۲۰ متری قرار دارد. فرض شده است که توزیع جمعیت مشترکین در قسمت های مختلف این شبکه، به صورت یکسان است. شماتیک این شبکه در شکل ۴ آورده شده است. فشار متوسط آن نیز برابر ۳۰/۵۶ متر است.



ماتریس کوتاهترین مسیرها  
(انتخاب مسیر توسط الگوریتم دایکسترا)

	J-54	J-43	R-1	
J-54	0	-0.22	...	-39.37
J-43	0.22	0	...	-39.15
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R-1	39.37	39.15	...	0

ماتریس تصمیم گیری (مرتب شده)

	J-38	J-7	J-9	R-1		
[	8.06	18.03	30.34	...	...	1714.69]

شکل ۴- شبکه پولاکیس اصلاح شده (سه نقطه میانگین ناحیه برآورد شده با روش پیشنهادی، با شماره های ۱ تا ۳ به ترتیب اولویت در شکل نمایان است و مقادیر قرمز رنگ بیانگر افت انرژی هر لوله یا وزن آن در گراف حاصل است)

است). فشار این نقطه برابر ۲۲/۸۰ متر است. مشاهده می شود که قدر مطلق اختلاف فشار نقطه میانگین ناحیه برآوردی با این روش نسبت به فشار متوسط واقعی این شبکه، برابر ۷/۳۴ درصد است. قسمت هایی از محاسبات مربوط به ماتریس های کوتاه ترین مسیرها و تصمیم گیری در شکل ۴ آورده شده است. در نتیجه

خلاصه انجام محاسبات در جدول ۱ آورده شده است. در روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه، با توجه به این که متوسط رقوم ارتفاعی کلیه گره های شبکه برابر ۱۵/۵۴ متر است، محل این نقطه در وسط شبکه و در J-28 با رقوم ارتفاعی برابر ۱۵/۴۹ متر خواهد بود (در شکل ۴ با علامت قرمز رنگ مشخص شده

#### ۴- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای تعیین نقطه میانگین ناحیه (AZP) در شبکه‌های توزیع آب پیشنهاد شد. این روش، مبتنی بر تحلیل هیدرولیکی شبکه بوده و از الگوریتم‌های موجود در نظریه گراف استفاده می‌کند. روش پیشنهادی در شبکه‌های هانوی (شبکه مورد مطالعه اول) و پولاکیس اصلاح‌شده (شبکه مورد مطالعه دوم) پیاده‌سازی شد. از طرف دیگر، نقطه مذکور توسط روش سنتی (متعارف) نیز مکان‌یابی شده و نتایج آن مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که در شبکه‌های اول و دوم مورد مطالعه، قدم‌مطلق خطای برآورد فشار متوسط واقعی شبکه با روش پیشنهادی، به ترتیب حدود ۰/۳۱ و ۰/۴۶ درصد است. فرآیند پیشنهادی سبب شده است که خطای ناشی از به‌کارگیری روش متعارف در تخمین پارامتر مذکور، بیشتر از ۹۳ درصد کاهش یابد.

لازم‌به‌ذکر است که هرچند در این مقاله، روشی دقیق‌تر (نسبت به روش سنتی موجود) برای یافتن نقطه میانگین ناحیه در شبکه‌های توزیع آب ارائه شده است، ولی باید در نظر گرفت که استفاده از این روش پیچیدگی‌های محاسباتی خاص خود را دارد. در حالی که روش سنتی یک روش کاربردی است که برای استفاده آسان توسط بهره‌برداران ارائه شده است. از سوی دیگر، با گسترش استفاده از شبکه‌های هوشمند در صنعت آب‌رسانی، توسعه و استفاده از روش‌های جدید و دقیق‌تر، فراگیر خواهد شد. هم‌چنین نتایج این مقاله نشان داد که صحت روش سنتی چقدر می‌تواند کمتر از یک روش محاسباتی دقیق برای پروژه‌های مورد مطالعه باشد.

#### ۵- پی‌نوشت‌ها

- 1 Genetic Algorithm
- 2- Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II
- 3- Pressure Managed Zone
- 4- District Metered Areas
- 5- Average Zone Point
- 6- Average Zone Night Pressure
- 7- Weighted Average Ground Level
- 8- Geographic Information's Systems
- 9- Global Positioning Systems
- 10- Dijkstra
- 11- Single source shortest path problem
- 12- Single pair shortest path problem
- 13- Single destination shortest path problem
- 14- All-pairs shortest path problem

محل نقطه میانگین ناحیه تخمین زده شده با روش پیشنهادی با علامت ضربدر سبزرنگ در شکل مذکور نمایان است؛ محل این نقطه در J-38 بوده و مقدار تابع هزینه به ازای آن حدود ۸/۰۶ متر است. فشار نقطه مذکور نیز برابر ۳۰/۷۰ متر بوده که دارای انحراف ۰/۴۶ درصد با فشار متوسط واقعی شبکه است. مشاهده می‌شود که با انتخاب نقطه میانگینی که توسط روش پیشنهادی تخمین زده شده است، خطای برآورد فشار متوسط شبکه حدود ۹۳/۶۷ درصد کاهش می‌یابد. لازم‌به‌ذکر است که چنان‌چه به‌علت مشکلات اجرایی، امکان فشارسنجی در J-38 فراهم نباشد، می‌توان به‌جای آن، این عملیات را به‌ترتیب اولویت در J-7 و J-9، به‌عنوان جایگزین نقطه مذکور، پیاده‌سازی نمود. لازم‌به‌ذکر است که در این صورت هرچند مقدار تابع هزینه افزایش می‌یابد، ولی خطای برآورد فشار متوسط شبکه به ۱/۰۴ درصد در خصوص نقطه J-7 و به ۱/۷۶ درصد در خصوص نقطه J-9 می‌رسد؛ لذا هم‌چنان برآورد قابل‌قبولی از فشار متوسط شبکه، به‌دست می‌آید.

#### ۳-۳- ارزیابی اثر هیدرولیک شبکه

در روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه، متوسط وزنی تراز ارتفاعی گره‌ها/اشتراک‌های موجود به‌عنوان تراز ارتفاعی AZP و فشار چنین نقطه‌ای در وسط شبکه، برابر فشار متوسط آن در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که این رویکرد لزوماً صحیح نیست؛ زیرا ممکن است، افت انرژی چنین نقطه‌ای تا نقاط دیگر شبکه آن‌قدر زیاد باشد که فشار اندازه‌گیری شده چنین نقطه‌ای با متوسط فشار نقاط دیگر، تفاوت زیادی داشته باشد. به‌عبارت‌دیگر، هیدرولیک شبکه به‌صورت قانونمند در چنین تصمیم‌گیری‌ای لحاظ نمی‌شود. انتظار می‌رود هرچقدر مقدار افت انرژی لوله‌های یک شبکه بیشتر باشد، صحت روش سنتی کاهش یابد. براساس نتایج، خطای برآورد فشار متوسط شبکه توسط نقطه میانگین ناحیه‌ای که به‌روش سنتی مکان‌یابی شده، در شبکه مورد مطالعه اول (هانوی) و دوم (پولاکیس اصلاح‌شده) به ترتیب ۳۴/۹۹ و ۷/۳۴ درصد بوده است. در هر دو شبکه مذکور، مجموع بزرگی افت انرژی لوله‌ها بر طول کل شبکه تقسیم شده و به‌عنوان متوسط مقدار افت خط انرژی (متر/متر) در نظر گرفته شد. این مقدار در شبکه هانوی برابر ۰/۰۴۴ و در شبکه پولاکیس اصلاح‌شده برابر ۰/۰۲۶ متر/متر است. به‌همین دلیل است که خطای تخمین فشار متوسط توسط روش سنتی در شبکه اول به‌مراتب بیشتر از خطای مذکور در شبکه دوم است. هرچند مقادیر فوق با پیاده‌سازی روش پیشنهادی به کمتر از ۰/۵ درصد رسیده است.

- Research*, 26(4), 539-549, <https://doi.org/10.1029/WR026i004p00539>.
- Khakzad, N., (2023), "A methodology based on Dijkstra's algorithm and mathematical programming for optimal evacuation in process plants in the event of major tank fires", *Reliability Engineering & System Safety*, 236, 109291, <https://doi.org/10.1016/j.res.2023.109291>.
- Kim, D., Kim, D., Woo, D., and Lee, Y., (2022), "Development of an image analysis code for hydrided Zircaloy using Dijkstra's algorithm and sensitivity analysis of radial hydride continuous path", *Journal of Nuclear Materials*, 564, 153647, <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2022.153647>.
- Klapsesik, K., Varga, R., and Hös, C., (2018), "Optimal pressure measurement layout design in water distribution network systems", *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering*, 62(1), 51-64, <https://doi.org/10.3311/PPme.11409>.
- Lambert, A., (2013), "Guidelines relating to the assessment and calculation of average pressure in water distribution systems and zones", ILMSS Ltd/Wide Bay Water Corporation, <https://www.leakssuitelibrary.com>.
- Maw, S.S., Lin, K.S., and Naing, L.L., (2019), "Dijkstra's algorithm for effective travelling to the most famous destinations in Myanmar", *International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT)*, 65(8), 4-12.
- Meier, R.W., and Barkdoll, B.D., (2000), "Sampling design for network model calibration using Genetic Algorithms", *Journal of Water Resources Planning and Management*, 126(4), 245-250, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2000\)126:4\(245\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2000)126:4(245)).
- Parekh, S., Jha, A., Dalvi, A., and Siddavatam, I., (2022), "An exhaustive approach orchestrating negative edges for Dijkstra's Algorithm", 7th International conference for Convergence in Technology (I2CT), 1-5.
- Peng, F., Deng, X., Jiang, M., Dinardo, S., and Shen, Y., (2023), "A New Method to Combine Coastal Sea Surface height estimates from multiple retrackerers by using the Dijkstra algorithm", *Remote Sensing*, 15(9), 2329, <https://doi.org/10.3390/rs15092329>.
- Peng, S., Cheng, J., Wu, X., Fang, X., and Wu, Q., (2022), "Pressure sensor placement in water supply network based on Graph Neural Network Clustering method", *Water*, 14(2), 150, <https://doi.org/10.3390/w14020150>.
- Perkowski, Z., and Tatara, K., (2020), "The use of Dijkstra's algorithm in assessing the correctness of imaging brittle damage in concrete beams by means of ultrasonic transmission tomography", *Materials*, 13(3), 551, <https://doi.org/10.3390/ma13030551>.
- Poulakis, Z., Valougeorgis, D., and Papadimitriou, C., (2003), "Leakage detection in water pipe networks using a Bayesian probabilistic framework", *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18(4), 315-327, [https://doi.org/10.1016/S0266-8920\(03\)00045-6](https://doi.org/10.1016/S0266-8920(03)00045-6).
- صالحی، س.، تابش، م.، و جلیلی قاضی زاده، م.ر.، (۱۳۹۷)، "توسعه یک مدل اولویت بندی برای بازسازی لوله های شبکه های توزیع آب با حداقل اطلاعات ساختاری"، *علوم و مهندسی آب و فاضلاب*، ۲۹(۶)، ۴۰-۵۵، <https://doi.org/10.22093/wwj.2017.91467.2447>.
- American Water Works Association (AWWA), (2016), *Water audits and loss control programs (M36)*, American Water Works Association, USA.
- Ahdan, S., and Setiawansyah, S., (2021), "Android-based geolocation technology on a Blood Donation System (BDS) using the Dijkstra algorithm", *International Journal of Applied Information Technology (IJAIT)*, 5(1), 1-15, <https://doi.org/10.25124/ijait.v5i01.3317>.
- Al Hakim, R.R., Purwono, P., Arief, Y. Z., Pangestu, A., Satria, M.H., and Ariyanto, E., (2022), "Implementation of Dijkstra algorithm with react native to determine Covid-19 distribution", *Sistemasi: Jurnal Sistem Informasi*, 11(1), 160-170, <https://doi.org/10.32520/stmsi.v11i1.1667>.
- Bahrami, N., and Siadatmousavi, S.M., (2023), "Ship voyage optimisation considering environmental forces using the iterative Dijkstra's algorithm", *Ships and Offshore Structures*, 19(8), 1-8, <https://doi.org/10.1080/17445302.2023.2231200>.
- Bai, X., Wang, L., Hu, Y., Li, P., and Zu, Y., (2023), "Optimal path planning method for IMU system-level calibration based on improved Dijkstra's algorithm", In: *IEEE Access*, (Vol. 11, pp. 11364-11376), <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3240518>.
- Cao, H., Hopfgarten, S., Ostfeld, A., Salomons, E., and Li, P., (2019), "Simultaneous sensor placement and pressure reducing valve localization for pressure control of water distribution systems", *Water*, 11(7), 1352, <https://doi.org/10.3390/w11071352>.
- Ferreira, B., Antunes, A., Carriço, N., and Covas, D., (2022), "Multi-objective optimization of pressure sensor location for burst detection and network calibration", *Computers & Chemical Engineering*, 162, 107826, <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2022.107826>.
- Ferreira, B., Antunes, A., Carriço, N., and Covas, D., (2023), "NSGA-II parameterization for the optimal pressure sensor location in water distribution networks", *Urban Water Journal*, 20(6), 738-750, <https://doi.org/10.1080/1573062X.2023.2209553>.
- Ferreira, B., Carriço, N., and Covas, D., (2021), "Optimal Number of Pressure Sensors for Real-Time Monitoring of Distribution Networks by Using the Hypervolume Indicator", *Water*, 13(16), 2235, <https://doi.org/10.3390/w13162235>.
- Fujiwara, O., and Khang, D.B., (1990), "A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks", *Water Resources*

- Rosen, K.H., (2011), *Discrete mathematics and its applications*, McGraw Hill, India.
- Salehi, S., Robles-Velasco, A., Seyedzadeh, A., Ghazali, A., and Davoudiseresht, M., (2022), "A hybrid knowledge-based method for pipe renewal planning in water distribution systems with limited data: Application to Iran", *Utilities Policy*, 78, 101407, <https://doi.org/10.1016/j.jup.2022.101407>.
- Salem, I.E., Mijwil, M.M., Abdulqader, A.W., and Ismaeel, M.M., (2022), "Flight-schedule using Dijkstra's algorithm with comparison of routes findings", *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 12(2), 1675, <http://doi.org/10.11591/ijece.v12i2.pp1675-1682>.
- Simone, A., Giustolisi, O., and Laucelli, D.B., (2016), "A proposal of optimal sampling design using a modularity strategy", *Water Resources Research*, 52(8), 6171-6185, <https://doi.org/10.1002/2016WR018944>.
- Trifunovic, N., (2006), *Introduction to urban water distribution*, Unesco-IHE lecture note series (1st Ed.), CRC Press.
- Ubaidillah, A., and Sukri, H., (2023), "Application of Odometry and Dijkstra algorithm as navigation and shortest path determination system of warehouse mobile robot", *Journal of Robotics and Control (JRC)*, 4(3), 413-423.
- Yang, G., and Wang, H., (2023), "Optimal pressure sensor deployment for leak identification in water distribution networks", *Sensors*, 23(12), 5691, <https://doi.org/10.3390/s23125691>.
- Zhou, M., and Gao, N., (2019), "Research on optimal path based on Dijkstra algorithms", *3rd International Conference on Mechatronics Engineering and Information Technology*. Dalian, China.



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC-BY) license.