

Research Paper

مقاله پژوهشی

Simultaneous Analysis of Monthly Water Consumption, Air Temperature and Water Supply Network Pressure Using Copula Functions, Case Study: Zone No. One of Isfahan City

تحلیل هم‌زمان مصرف ماهانه آب، دمای هوا و فشار شبکه آبرسانی با استفاده از توابع کوپلا، مطالعه موردی: منطقه یک شهر اصفهان

Mohammadhossein Keykhosravi^{1*}, Hamid R. Safavi²,
Mohammad H. Golmohammadi³ and Mohammad
Haytham Klaho¹

محمدحسین کیخسروی^{۱*}، حمیدرضا صفوی^۲، محمدحسین
گل محمدی^۳ و محمدهیثم کلاهو^۱

1- M.Sc. in Water Resources Management, Department of
Civil Engineering, Isfahan University of Technology,
Isfahan, Iran.

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی و مدیریت منابع آب، دانشکده
مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

2- Professor, Department of Civil Engineering, Isfahan
University of Technology, Isfahan, Iran.

۲- استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

3- Assistant Professor, Department of Civil Engineering,
Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

۳- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

*Corresponding Author, Email:
mohammad.key1996@gmail.com

*نویسنده مسئول، ایمیل: mohammad.key1996@gmail.com

Received: 11/03/2022

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۲۰

Revised: 11/11/2022

تاریخ اصلاح: ۱۴۰۱/۰۸/۲۰

Accepted: 15/11/2022

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۲۴

© IWWA

© انجمن آب و فاضلاب ایران

Abstract

چکیده

Analysis and control of water consumption in water supply and distribution networks is important issues, given the country's climatic conditions and the fact that they can be of great help to designers and managers of water resources. Copula functions are suitable tools for multivariate analysis that do not have the limitations of classical multivariate distribution functions. In this study, two and three variables of factors affecting water consumption prediction using the copula functions of the Archimedean family in zone one of Isfahan city were investigated. The results showed that based on the goodness-of-fit criteria and Q-Q plot diagram, Frank joint function between two variables of monthly water consumption and network pressure for this region was selected as the superior function with a model parameter of -2.02 and in the three variables Gamble joint function was selected with correlation parameters 1, 1.05 and 1 for all cases. Considering the best copula function, the conditional cumulative distribution functions of the two variables and the conjunctive, seasonal and conditional return periods were analyzed to predict water consumption, which can be determined according to the specified return period and the numbers obtained in used managerial planning and finally the three-variable analysis was not evaluated due to inadequate correlation.

تحلیل و کنترل مصرف آب در شبکه‌های آبرسانی و توزیع آب، با توجه به شرایط اقلیمی کشور و این که می‌تواند کمک زیادی به طراحان و بهره‌برداران از منابع آب داشته باشند، دارای اهمیت هستند. توابع مفصل یا همان کوپلا ابزار مناسبی برای تحلیل‌های چند متغیره هستند که محدودیت‌های توابع توزیع چند متغیره کلاسیک را ندارند. در این تحقیق عوامل تأثیرگذار دو و سه متغیره بر پیش‌بینی مصرف آب با استفاده از توابع مفصل خانواده اشرمیدسی در منطقه یک شهر اصفهان مطالعه می‌شود. نتایج نشان داد براساس معیارهای نیکویی برازش و نمودار Q-Q plot، تابع مفصل فرانک بین دو متغیره مصرف ماهانه آب و فشار شبکه برای این منطقه به‌عنوان تابع برتر با پارامتر مدل $-2/02$ انتخاب شد و در بخش سه متغیره، تابع مفصل گامبل با پارامترهای ۱، $1/05$ و ۱ برای تمامی حالات انتخاب شد. با استفاده از توابع کوپلای برتر، توابع توزیع تجمعی شرطی دو متغیره و دوره بازگشت‌های عطفی، فصلی و شرطی برای پیش‌بینی مصرف آب مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند که می‌توان با توجه به دوره بازگشت‌های مشخص و اعداد به‌دست‌آمده، آن‌ها را در برنامه‌ریزی‌های مدیریتی به‌کار برد. هم‌چنین لازم به ذکر است که تحلیل سه متغیره به‌دلیل نتایج همبستگی نامناسب مورد بررسی قرار نگرفت.

Keywords: Copula functions, Multivariate analysis, Return period, Urban water distribution networks.

کلمات کلیدی: تحلیل چند متغیره، توابع مفصل، دوره بازگشت، شبکه‌های توزیع آب شهری.

مفصل هماهنگی مناسبی با یکدیگر داشته و بنابراین نتیجه گرفت که برای تحلیل خشکسالی‌ها می‌توان از توابع مفصل بهره گرفت. همچنین تجزیه و تحلیل خشکسالی شامل محاسبه احتمال توأم و شرطی و دوره بازگشت‌های توأم و شرطی دومتغیره بر مبنای توابع مفصل، نشان داد که توابع مفصل ابزار مفیدی در بررسی متغیرهای خشکسالی هستند. (Fontanazza et al., 2014) تحلیل آماری چند متغیره پارامترهای موردنظر برای مدل‌سازی تقاضای آب روی هشت خانوار در شهر پالرمو ایتالیا را با استفاده از توابع کوپلا انجام دادند. این تحقیق روش آماری را برای تعریف الگوهای مصرف آب بر اساس دوره بازگشت و رویکرد احتمالاتی چند متغیره مطرح کرد. این روش سعی در اجتناب از فرض معمولی الگوی تقاضای آب ثابت برای شبیه‌سازی شبکه دارد. تقاضای آب برای دوره بازگشت داده با استفاده از الگوهایی که به لحاظ آماری در نظر گرفته شد، پیش‌بینی شد. تجزیه و تحلیل درصدی تقاضای آب برای دوره بازگشت داده شده نشان داد که روش پیشنهادی تولیدشده شامل الگوهای تقاضا بوده و یک ابزار قدرتمند برای کوپل شدن با مدل‌های شبکه توزیع آب برای مشکلات طراحی یا آنالیز خواهد بود. (Zhang et al., 2016) توزیع احتمال مشترک مبتنی بر تابع کوپلا چند متغیره برای تأمین و تقاضای آب در اراضی کشاورزی لوهان چین را بررسی کردند. در این مطالعه با استفاده از تابع کوپلای t-student، توزیع احتمال مشترک دو متغیره و سه متغیره بارندگی، تبخیر و تعرق و آب آبیاری با ضرایب همبستگی بالاتر ایجاد شده‌اند و توزیع‌های تجربی نمونه با توزیع‌های حاشیه‌ای هم‌خوانی دارند. خطر خشکسالی منطقه آبیاری را می‌توان از نظر کمی و با در نظر گرفتن احتمال مشترک ترکیب‌های مختلف بارش، تبخیر تعرق و آب آبیاری مورد ارزیابی قرار داد. (Zubaidi et al., 2018) تقاضای آب با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی در کوتاه‌مدت را با توجه به عوامل آب و هوایی پیش‌بینی کردند. هدف این تحقیق بررسی متغیرهای ورودی پتانسیل برای انتخاب بهترین ورودی مدل با به‌کارگیری چندین تکنیک آماری مختلف بود. هدف دوم این مطالعه تعیین پیش‌بینی دقیق تقاضای آب شهری در آینده با توجه به عوامل جوی بود. یک نکته کلیدی این مطالعه این است که انتخاب بهترین ورودی‌های مدل و عوامل شبکه عصبی مصنوعی مبنی بر روش‌های بهینه‌سازی، بهتر از استفاده از روش آزمون و خطا است. این تحقیق می‌تواند با ارزیابی اثرات متغیرهای آب و هوایی مختلف، بسته به در دسترس بودن داده‌ها، در مورد تقاضای آب برای مکان‌های مختلف در سراسر جهان، پیشرفت بیشتری داشته باشد. (Shang and Zhao (2021) تقاضای آب را با استفاده از روش

دسترسی به آب سالم به‌عنوان یکی از مهم‌ترین عوامل رشد و توسعه جوامع بشری، از دیرباز مورد توجه انسان‌ها بوده است. از سوی دیگر افزایش تقاضا به دلیل افزایش جمعیت، فرسودگی و حوادث روزافزون شبکه‌های توزیع و انشعابات، تلفات زیاد در این شبکه‌ها و همچنین مشکلات تأمین بودجه برای بازسازی و نوسازی شبکه و مسائلی از این دست موجب شده است که موضوع تأمین و توزیع آب و مسائل مرتبط با آن جایگاهی فراتر از مسائل معمول مهندسی پیدا کرده و از جنبه‌های فرهنگی، اقتصادی، مدیریتی و حتی سیاسی و امنیتی مورد توجه قرار گیرد.

شبکه‌های توزیع آب به‌عنوان بخشی از تأسیسات آبرسانی به شهرها، یکی از اصلی‌ترین قسمت‌های پروژه‌های آبرسانی هستند، چرا که هزینه اجرایی آن‌ها در حدود ۵۰ تا ۹۰ درصد هزینه کل یک سامانه آبرسانی را به‌خود اختصاص می‌دهد (منزوی، ۱۳۸۷). پیش‌بینی تقاضای آب یک ابزار اساسی برای طراحی، بهره‌برداری و مدیریت دستگاه‌های تأمین آب در فعالیت‌هایی هم‌چون برنامه‌ریزی یا توسعه سیستم، برآورد اندازه و بهره‌برداری از مخازن، ایستگاه‌های پمپاژ و ظرفیت‌های لوله و برای مسائل مدیریت آب شهری (سیاست‌های قیمت‌گذاری و محدودیت‌های مصرف آب) است (Herrera et al., 2010).

جمع‌آوری اطلاعات، آمار و برداشت‌های میدانی از متغیرهای دبی، فشار، مصرف آب، دمای هوا و غیره به‌همراه تجزیه و تحلیل آن‌ها در بهبود شرایط بهره‌برداری از شبکه‌های توزیع آب و همچنین پیش‌بینی مصرف آن نقش مهمی در طراحی و بهره‌برداری از این شبکه‌ها دارند. لکن به دلیل وابستگی‌های این متغیرها به یکدیگر، استفاده از توابع احتمالاتی کلاسیک چند متغیره با محدودیت جدی مواجه است که عبارت است از: ۱- شکل توابع توزیع آماری پیچیده و استفاده از آن‌ها دشوار است؛ ۲- ارتباط خطی بین پارامترها برقرار نیست؛ به عبارتی متغیرها از هم مستقل هستند و ۳- باید جنس توزیع‌های تک متغیره یکسان باشد و نمی‌توان از دو یا چند نوع تابع مختلف استفاده کرد. به‌همین دلیل استفاده از توابع کوپلا (مفصل) به‌واسطه وجود ویژگی‌هایی چون توانایی شبیه‌سازی متغیرها بدون نیاز به فرض استقلال از قابلیت بالایی در تحلیل‌های چندمتغیره برخوردار هستند (Salvadori et al., 2007).

Shiau (2006) برای اولین بار توابع مفصل را بر متغیرهای سختی و خشکسالی برآزش داد. وی نشان داد که احتمال‌های توأم خشکسالی‌های مشاهده‌شده و احتمال‌های به‌دست‌آمده از توابع

می‌شود. در مروری بر تحقیقات قبلی نشان داده شد که استفاده از توابع مفصل در زمینه شبکه آبرسانی، تحقیقات گسترده‌ای را به خود اختصاص نداده و بیشتر در مباحث خشک‌سالی، تأمین و تقاضای آب و حتی با روش‌های دیگری مثل شبکه‌های عصبی و به‌طور محدودی با توابع مفصل انجام شده که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. روش کار خلاصه‌وار بدین صورت است که در ابتدا تعیین توابع توزیع تک متغیره و تخمین پارامترهای آن‌ها انجام شده، سپس همبستگی اولیه بین متغیرها بررسی و سپس با به‌دست آوردن پارامترهای مدل‌ها، در نهایت توابع مفصل ارشمیدسی برای تحلیل احتمالی دو و سه متغیره به‌طور جداگانه انجام و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. پس از آن، انتخاب بهترین تابع مفصل با معیارهای مختلف انجام که در برنامه‌های مدیریت و بهره‌برداری از شبکه آبرسانی، تحلیل ریسک، برنامه‌ریزی احتمالاتی و کنترل مصرف آب به کار می‌رود.

۲- مواد و روش‌ها

با توجه به اهمیت و هدف این تحقیق، گام‌های تحقیق معرفی می‌شود. ابتدا تعیین توابع توزیع تک متغیره و تخمین پارامترهای این توابع برای هرکدام از پارامترهای موردنظر انجام می‌شود. همبستگی اولیه بین متغیرها به‌صورت دو به‌دو با استفاده از ضرایب همبستگی تاوکندال، اسپیرمن و پیرسون تعیین می‌شود. همچنین احتمال تجربی یک، دو و سه متغیره نیز محاسبه می‌شود. کاربرد توابع مفصل ارشمیدسی برای تحلیل احتمالی دو و سه متغیره به‌طور جداگانه بررسی و با یکدیگر مقایسه خواهد شد. پس از آن انتخاب بهترین تابع مفصل با معیارهای مختلف، ارزیابی مدل‌ها (AIC, BIC, RMSE و...) صورت می‌پذیرد. در نهایت استفاده از مدل منتخب برای محاسبه تابع توزیع تجمعی شرطی، دوره بازگشت‌های شرطی، "و" و "یا" به‌صورت دو متغیره انجام می‌شود.

۲-۱- تعیین ضرایب همبستگی متغیرها

ضرایب همبستگی شاخص‌های ریاضی هستند که جهت مقدار همبستگی بین دو متغیر را توصیف می‌کنند و در مورد توزیع‌های احتمالاتی برای شناخت ارتباط بین متغیرها به کار می‌روند. طبق اصلی که در این مورد وجود دارد اگر ضرایب همبستگی بدون در نظر گرفتن نوع آن‌ها، برابر با صفر باشد همبستگی وجود ندارد. اگر بزرگ‌تر از صفر باشد همبستگی مستقیم است، یعنی هر دو متغیر با هم بزرگ یا کوچک می‌شوند

یادگیری ماشین^۱ پیش‌بینی کردند. پارامترها در ارتباط با اقتصاد، جامعه، مصرف آب و دسترسی به منابع شناسایی شدند. یازده مدل آماری و یادگیری ماشین ساخته شدند که از داده‌های مربوط به سال‌های ۲۰۰۴ تا ۲۰۱۹ استفاده شد و از دو سناریوی برون‌یابی (مجموعه داده‌های تاریخی برای آموزش برای پیش‌بینی تقاضای آب در آینده) و درون‌یابی (آموزش و تست نمونه‌ها به‌طور تصادفی از کل مجموعه‌ها انتخاب می‌شوند) برای یافتن بهترین مدل استفاده شد. نتایج نشان داد که مدل GBDT^۲ بهترین عملکرد پیش‌بینی را در دو سناریو دارد. در انتها مدل‌های یادگیری ماشین عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های آماری داشتند. در تحقیقات داخلی نیز تابش و همکاران (۱۳۸۳) یک مدل شبکه عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی مصرف روزانه آب شهری در تهران ارائه نمودند و در این راستا با استفاده از درجه حرارت هوا و مصرف آب روز قبل، میزان مصرف روز بعد را به‌دست آوردند. ملاباشی و علیان (۱۳۸۸) تأثیر تغییرات دمای هوا بر میزان مصرف آب شهری را در مطالعه موردی شهر کوهپایه اصفهان بررسی کردند. یکی از عوامل مؤثر بر میزان مصرف آب یک شهر را می‌توان دمای هوا در نظر گرفت. نتایج تحقیقات نشان می‌دهد در شهر کوهپایه مصرف آب در هر ساعت با دمای هوا در همان ساعت وابسته است. با جمع‌آوری و اطلاع از دمای هوای هر منطقه و با توجه به اقلیم آن می‌توان مدل‌های خوبی را برای پیش‌گویی میزان مصرف ارائه کرد و از آن در بهره‌برداری کاربردی‌تر تأسیسات آبرسانی به‌ویژه برای پیش‌بینی زمان تعمیر تأسیسات مانند ایستگاه‌های پمپاژ با حداقل قطعی آب و مدیریت شرایط اضطراری استفاده کرد. جزع‌قاسمی و نوروزی (۱۳۹۹) تقاضای آب استان زنجان را با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی پیش‌بینی کردند. بدین منظور از داده‌های مربوط به متغیرهای نرخ شهرنشینی، بعد خانوار، توسعه شبکه توزیع آب، توان تولید و حجم برداشت آب سالانه به‌عنوان متغیرهای پیش‌گویی تقاضای آب استفاده شد و براساس ۱۱ سناریو محتمل، میزان تقاضای آب، شبیه‌سازی شده و ساختار بهینه مدل خبره با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی با پرسپترون چندلایه با چندلایه مخفی و تابع فعال‌سازی تانژانت هیپربولیک در لایه مخفی به‌دست آمد. مقایسه کمی و کیفی مدل خبره با مقادیر مشاهده‌شده با استفاده از معیار آماری (R^2) و ریشه میانگین مربعات خطا^۳ (RMSE)، بیان کرد که مدل خبره شبکه عصبی مصنوعی کاربرد خوبی در پیش‌بینی تقاضای آب دارد.

در این تحقیق با استفاده از توابع کوپلا پارامترهای دو و سه متغیره مصرف ماهانه آب، دمای هوا و فشار شبکه آبرسانی بررسی

اسکلار دارد. تابع توزیع تجمعی مشترک $H(x,y)$ از هر جفت (X,Y) از متغیرهای تصادفی پیوسته به فرم رابطه (۵) نوشته می‌شود:

$$H(x,y) = C(F(x), G(y)) \quad x, y \in R \quad (5)$$

که $F(x)$ و $G(y)$: توزیع حاشیه‌ای و دارای تابع چگالی احتمال یکنواخت تابع مفصل هستند.

در صورتی که تابع چگالی احتمال متغیرهای x و y پیوسته باشند و با $f(x)$ و $f(y)$ نشان داده شوند، تابع چگالی احتمال ترکیب آن‌ها به صورت رابطه (۶) است.

$$f(x,y) = c(f_x(x), f_y(y)) \quad (6)$$

که c : تابع چگالی احتمال تابع مفصل C است که طبق رابطه (۷) تعریف می‌شود.

$$c(u,v) = \frac{\partial^2 c(u,v)}{\partial u \cdot \partial v} \quad (7)$$

که u,v (توابع توزیع تجمعی که به‌طور جداگانه بر روی متغیرهای موردنظر برازش داده می‌شوند و محدوده آن‌ها بین صفر و یک است)، احتمال حاشیه‌ای دو متغیر مورد بررسی هستند (Nelsen, 2006).

۲-۳- روش تخمین پارامتر توابع مفصل

در این تحقیق از روش درست‌نمایی حداکثر استفاده شده است که متداول‌ترین روش برای تخمین پارامترها است. این روش، شیوه محاسباتی مناسبی برای برازش توزیع‌های فراوانی با استفاده از منابع مختلف اطلاعاتی عرضه می‌نماید. اساس این روش به دنبال بهترین مقدار یک پارامتر توزیع احتمال است که باید مقداری باشد که درست‌نمایی یا احتمال توأم رخ دادن نمونه مشاهده شده را به حداکثر برساند. لذا در عمل، بسیار راحت‌تر است که با لگاریتم تابع درست‌نمایی کار شود و به صورت رابطه (۸) مورد استفاده قرار می‌گیرد (صفوی، ۱۳۹۹):

$$lnl = \sum_{i=1}^n ln[C(u,v)_i] \quad (8)$$

که حداکثر مقدار lnl در $\frac{\partial(lnl)}{\partial \theta} = 0$ اتفاق می‌افتد و θ پارامتر تابع مفصل است.

می‌توان برای تخمین پارامترهای توابع مفصل در حالت سه متغیره، از روش سلسله مراتبی استفاده نمود، به این صورت که از پارامتر θ_1 تابع مفصل $C_{\theta_1(x,y)}$ در حالت دو متغیره، پارامتر θ_2 تابع مفصل $C_2(C_1(x,y), F(z), \theta_2)$ در حالت سه متغیره محاسبه می‌شود. شایان‌ذکر است که انتخاب اولیه متغیرهای

و اگر کوچک‌تر از صفر باشد، همبستگی معکوس است. اگر این ضرایب برابر با ۱ باشد همبستگی را کامل گویند (علیزاده، ۱۳۸۸). ضریب کندال: برای یک سری از داده‌های (X, Y) که $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ و $Y(y_1, y_2, \dots, y_n)$ ضریب همبستگی تاو کندال از رابطه (۱) محاسبه می‌شود (She and Xia, 2018):

$$\tau = \frac{2}{n * (n - 1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n sgn((x_i - x_j)(y_i - y_j)) \quad (1)$$

که n : تعداد داده‌ها و $sgn(x)$: تابع سیگنال است که به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$sgn(x) = \begin{cases} +1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

ضریب اسپیرمن: این ضریب معادل ضریب همبستگی پیرسون در داده‌های کمی است و مبتنی بر رتبه داده‌ها محاسبه می‌شود که از رابطه (۳) به دست می‌آید:

$$\rho = 1 - \frac{6 * \sum d^2}{n * (n^2 - 1)} \quad (3)$$

برای محاسبه این ضرایب ابتدا به تمام X ها و Y ها بر حسب مقادیرشان رتبه داده می‌شود. سپس تفاضل بین رتبه‌های زوج با d و تعداد داده‌های یکی از دو گروه با n نشان داده می‌شود (She and Xia, 2018).

ضریب پیرسون: این ضریب به منظور تعیین میزان رابطه، نوع و جهت ارتباط بین دو متغیر فاصله‌ای یا نسبی و یک متغیر نسبی و یک متغیر فاصله‌ای به کار می‌رود که از رابطه (۴) محاسبه می‌شود:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n - 1) * \sqrt{S_x^2 * S_y^2}} \quad (4)$$

که \bar{x} و \bar{y} : میانگین داده‌های X و Y و S_x^2 و S_y^2 : واریانس داده‌ها هستند (She and Xia, 2018).

۲-۲- معرفی تابع توزیع مفصل چند متغیره

وابستگی بین متغیرهای تصادفی را می‌توان با تابع مفصل بیان کرد. این توابع غالباً برای تحلیل پارامترهای غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرند. هدف اصلی استفاده از توابع مفصل، جداسازی توابع حاشیه‌ای و ساختار وابستگی متقابل است. بنابراین، تابع مفصل یک تابع توزیع تجمعی است که وابستگی داخلی متغیرها را در توزیع حاشیه‌های آن‌ها فراهم می‌کند (Joe, 1997; Nelsen, 2006). توجه به حالت دو متغیره با رویکرد تابع مفصل، برای مدل‌سازی وابستگی بین متغیرها، ریشه در قضیه

دومتغیره هیچ تأثیری در نتیجه ندارد (Saad et al., 2014).

۴-۲- توابع مفصل خانواده ارشمیدسی

مفصل ارشمیدسی و ویژگی‌های بسیار مهمی دارند و نقش مؤثری را در کارهای هیدرولوژیکی ایفا می‌کنند. خانواده ارشمیدسی دسته‌ای از مدل‌های متنوع را هم از نظر ماهیت و هم میزان ارتباط بین متغیرها ارائه می‌کنند (Genest et al., 1998). در این تحقیق از چهار تابع معروف کلایتون، فرانک، گامبل و علی-میکائیل-حق که از خانواده ارشمیدسی هستند برای تحلیل‌های دو و سه متغیره پیش‌بینی مصرف آب استفاده شده است. در جدول ۱ توابع ارشمیدسی و روابط مربوط به آن‌ها ارائه شده است.

جدول ۱- خانواده ارشمیدسی چند متغیره (Nelsen, 2006)

| دامنه پارامتر | رابطه تابع مفصل | تابع |
|----------------------|---|-------------------|
| $(0, \infty)$ | $\left(\sum_{i=1}^d u_i^{-\theta} - d + 1\right)^{-\frac{1}{\theta}}$ | کلایتون |
| $(-1, +1)$ | $\frac{\prod_{i=1}^d u_i}{1 - \theta \prod_{i=1}^d (1 - u_i)}$ | علی میکائیل-حق |
| $(1, \infty)$ | $\exp\left(-\left(\sum_{i=1}^d (-\ln u_i)^\theta\right)^{\frac{1}{\theta}}\right)$ | گامبل |
| $(-\infty, +\infty)$ | $-\frac{1}{\theta} \ln\left(1 + \frac{\prod_{i=1}^d (e^{-\theta u_i} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)^{d-1}}\right)$ | فرانک |

u_i : توابع توزیع تجمعی احتمال متغیرها، θ : پارامتر تابع مفصل، i : شمارگر و d : نشان‌دهنده تعداد متغیرها هستند.

۵-۲- توابع توزیع احتمال تجمعی شرطی و دوره بازگشت توأم و شرطی

بعد از انتخاب بهترین تابع مفصل برای حالت دو و سه متغیره، توابع توزیع تجمعی دو و سه متغیره و دوره‌های بازگشت برای حالت مختلف به دست می‌آید. برای مثال تابع توزیع تجمعی شرطی دومتغیره $Y \leq y$ به ازای مقادیر مختلف $X=x$ را می‌توان به صورت رابطه (۹) بیان نمود (Zhang and Singh, 2007).

$$F(x | Y \leq y) = \frac{F_{x,y}(x,y)}{F_y(y)} \quad (9)$$

دوره بازگشت دو متغیره "و" همان دوره بازگشت تقاطع $T_{x,y}^{\cap}$ دو متغیره برای رخدادهای $X \geq x$ و $Y \geq y$ است و به صورت رابطه (۱۰) تعیین می‌شود (Zhang and Singh, 2019).

$$T_{x,y}^{\cap} = T_{x,y}^{and} = \frac{1}{F(X \geq x \cap Y \geq y)} = \frac{1}{1 - F_x(x) - F_y(y) + F_{x,y}(x,y)} \quad (10)$$

که $F_{x,y}(x,y) = C(F_x(x), F_y(y)) = P(X \leq x \cap Y \leq y)$ تابع مفصل منتخب است.

دوره بازگشت دو متغیره در حالت "یا" همان دوره بازگشت تقاطع $T_{x,y}^{\cup}$ دو متغیره برای رخدادهای $X \geq x$ و $Y \geq y$ است و به صورت رابطه (۱۱) تعیین می‌شود (Zhang and Singh, 2019).

$$T_{x,y}^{\cup} = T_{x,y}^{or} = \frac{1}{F(X \geq x \cup Y \geq y)} = \frac{1}{1 - F_{x,y}(x,y)} \quad (11)$$

که $F_{x,y}(x,y) = C(F_x(x), F_y(y)) = P(X \leq x \cup Y \leq y)$ تابع مفصل منتخب است.

دوره بازگشت دو متغیره شرطی در حالت $X \geq x$ به ازای مقادیر مختلف $Y = y$ را می‌توان به صورت رابطه (۱۲) بیان نمود (Zhang and Singh, 2019).

$$T(X \geq x | Y = y) = \frac{1}{1 - F(x | Y \leq y)} \quad (12)$$

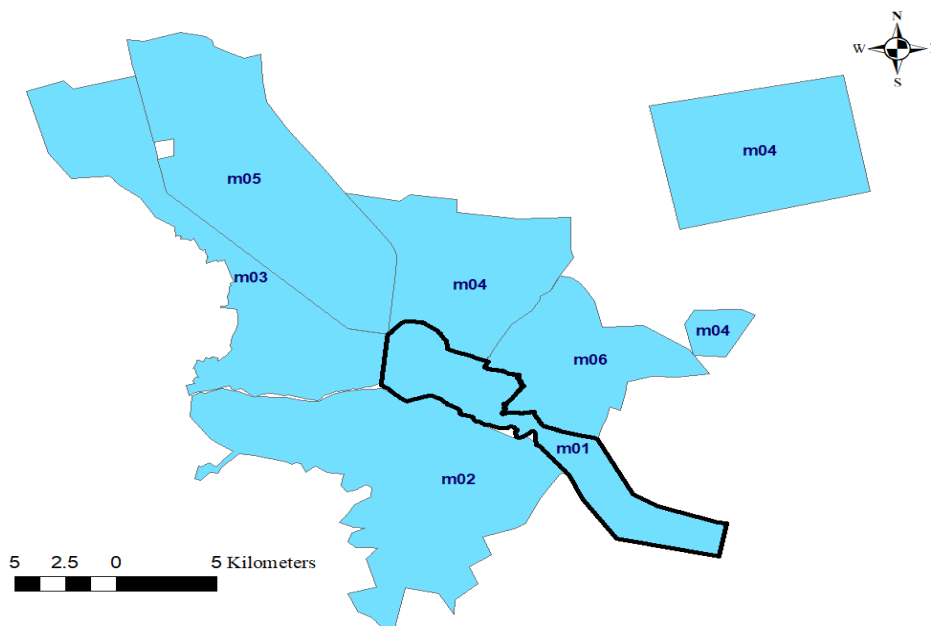
۳- منطقه مورد مطالعه

اصفهان شهری تاریخی و نیمه‌بیابانی است که در مرکز ایران قرار گرفته است. این شهر مرکز استان اصفهان و نیز مرکز شهرستان اصفهان است. شهرستان اصفهان با مساحتی حدود ۱۵۷۷۴.۳۸۹ کیلومتر مربع بعد از تهران و مشهد، سومین شهر بزرگ ایران است. این شهر دارای طول جغرافیایی ۴۰ درجه و ۳۹ دقیقه شرقی و عرض جغرافیایی ۳۲ درجه و ۳۸ دقیقه شمالی است. ارتفاع شهر اصفهان از سطح دریاهای آزاد در نقاط مختلف آن متفاوت است، به طوری که در سواحل رودخانه زاینده رود ۱۵۵۰ متر و در مناطق مرتفع شهر تا ۱۶۵۰ متر هم می‌رسد. شهر اصفهان بر روی دشتی نسبتاً صاف با شیبی حدود ۳ درصد و به طرف شمال شرقی بنا شده است. توسعه شهر در طی قرون متمادی به سمت جنوب غربی بوده، زیرا در این منطقه آب فراوان‌تر و آلودگی نیز کمتر است. اجرای شبکه آبرسانی این شهر به سال ۱۳۳۵ برمی‌گردد و هم‌چنان با توسعه شهر، توسعه شبکه توزیع آب در این شهر انجام می‌شود (مجله اداره کل هواشناسی استان اصفهان، ۱۳۹۴).

شهر اصفهان دارای شش منطقه به لحاظ تقسیم‌بندی شرکت آب و فاضلاب اصفهان است که در این تحقیق منطقه یک شهر اصفهان به عنوان نمونه که داده‌های مورد نیاز حداقلی را داشته، بررسی می‌شود. در شکل ۱ موقعیت این بخش نسبت به مناطق دیگر شهر اصفهان نشان داده شده است. برای تعیین سه متغیر

وزنی از بخش‌های مرتبط با هر فشارسنج برای هرماه محاسبه شد. آمار ماهیانه این سه متغیر برای سه سال از ۱۳۹۶ تا ۱۳۹۸ مورد استفاده قرار گرفت. هدف از این مطالعه موردی بررسی همزمان اثر دمای هوا و فشار شبکه بر روی مصرف آب است.

دمای میانگین (درجه سانتی‌گراد)، مصرف ماهانه آب (مترمکعب) و نیز فشار شبکه (متر آب) در منطقه یک آبفای شهر اصفهان، از آمار هواشناسی و نیز شرکت آب و فاضلاب استان اصفهان استفاده و فشار شبکه با توجه به نقاط اندازه‌گیری فشار و میانگین‌گیری



شکل ۱- نقشه موقعیت منطقه یک آبفای شهر اصفهان نسبت به کل شهر اصفهان

برخوردار است، تحلیل و ارزیابی نتایج به دو پارامتر مصرف ماهانه آب و فشار شبکه اختصاص می‌یابد.

در این تحقیق باید توابع توزیع تک متغیره حاکم بر هر متغیر تعیین شود. در جدول ۳ بهترین توابع برازش داده‌شده بر هر سه متغیر میزان مصرف ماهانه آب، فشار شبکه و دمای هوا درج شده است. لازم به ذکر است که برآورد پارامترهای توزیع آماری و هم‌چنین آزمون نیکویی برازش برای انتخاب بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای، از نرم‌افزار EasyFit استفاده شد که برپایه روش آزمون اندرسون دارلینگ و آزمون کلموگروف اسمیرنف هستند.

۴- نتایج و بحث

برای بررسی همبستگی متغیرها در این تحقیق از نرم‌افزار متلب استفاده شده است. در جدول ۲ نتایج ضرایب همبستگی دو به‌دو این سه متغیر نشان داده شده است. طبق نتایج به‌دست‌آمده همبستگی متوسط و مستقیمی بین مصرف ماهانه آب و دمای هوا و همبستگی معکوسی بین مصرف ماهانه آب و فشار و هم‌چنین همبستگی متوسط و معکوسی بین فشار و دمای هوا وجود دارد. نهایتاً با توجه به این‌که تغییرات فشار در شبکه از اهمیت بیشتری

جدول ۲- مقادیر ضرایب همبستگی بین پارامترها

| ضریب همبستگی | مصرف ماهانه آب و فشار | فشار و دمای هوا | مصرف ماهانه آب و دمای هوا |
|--------------|-----------------------|-----------------|---------------------------|
| تاو کندال | -۰/۲۰ | -۰/۴۸ | ۰/۳۶ |
| اسپیرمن | -۰/۲۹ | -۰/۶۶ | ۰/۵۷ |
| پیرسون | -۰/۳۳ | -۰/۶۸ | ۰/۵۸ |

جدول ۳- نتایج حاصل از تخمین پارامتر توابع توزیع حاشیه‌ای منتخب بر داده‌ها در منطقه یک

| متغیر | تابع توزیع منتخب | پارامترهای توابع توزیع احتمال منتخب بر داده‌ها | | | |
|----------------|------------------------|--|----------|-------|----------|
| | | β | α | k | Σ |
| مصرف ماهانه آب | مقادیر حدی تعمیم یافته | - | - | -۰/۲۷ | ۲۵۰۳۵۶ |
| فشار | لجستیک | - | - | - | ۲/۲۳ |
| دمای هوا | ویبول | ۱۹/۷۲ | ۱/۹۷ | - | - |

محاسبه شدند. سپس با روش سلسله مراتبی پارامترها در حالت سه متغیره محاسبه شد. نتایج تعیین این پارامترها برای چهار نوع تابع به صورت دو متغیره در جدول ۴ و به صورت سه متغیره در جدول ۵ نشان داده شده است.

با توجه به این که هدف اصلی این پژوهش مدل‌سازی توأمان سه متغیره است، به منظور تکمیل راه کار مورد استفاده توابع مفصل معرفی شده، پارامترهای چهار تابع از توابع مفصل خانواده ارشمیدسی (کلایتون، فرانک، گامبل و علی-میکائیل-حق)

جدول ۴- مقادیر پارامتر θ توابع مفصل ارشمیدسی در منطقه یک آبفای شهر اصفهان

| دامنه پارامتر | تخمین پارامتر θ_{PW} بین فشار و مصرف ماهانه آب | پارامتر | توابع مفصل دو متغیره |
|----------------------|---|----------|----------------------|
| $(0, \infty)$ | ۰ | θ | کلایتون |
| $(-\infty, +\infty)$ | -۲/۰۲ | θ | فرانک |
| $(1, \infty)$ | ۱ | θ | گامبل |
| $(-1, 1)$ | -۰/۹۷ | θ | علی میکائیل-حق |

جدول ۵- مقادیر θ توابع مفصل ارشمیدسی سه متغیره به صورت دو متغیره مفصل شده با متغیر سوم منطقه یک آبفای شهر اصفهان

| دامنه پارامتر | تخمین پارامتر $C2(C1(W, T), F(P), \theta 2)$ | تخمین پارامتر $C2(C1(P, T), F(W), \theta 2)$ | تخمین پارامتر $C2(C1(P, W), F(T), \theta 2)$ | پارامتر | توابع مفصل سه متغیره |
|----------------------|--|--|--|------------|----------------------|
| $(0, \infty)$ | ۰ | ۰/۰۶ | ۰ | θ_2 | کلایتون |
| $(-\infty, +\infty)$ | -۲/۵۶ | ۰/۵۱ | -۰/۰۴ | θ_2 | فرانک |
| $(1, \infty)$ | ۱ | ۱/۰۵ | ۱ | θ_2 | گامبل |

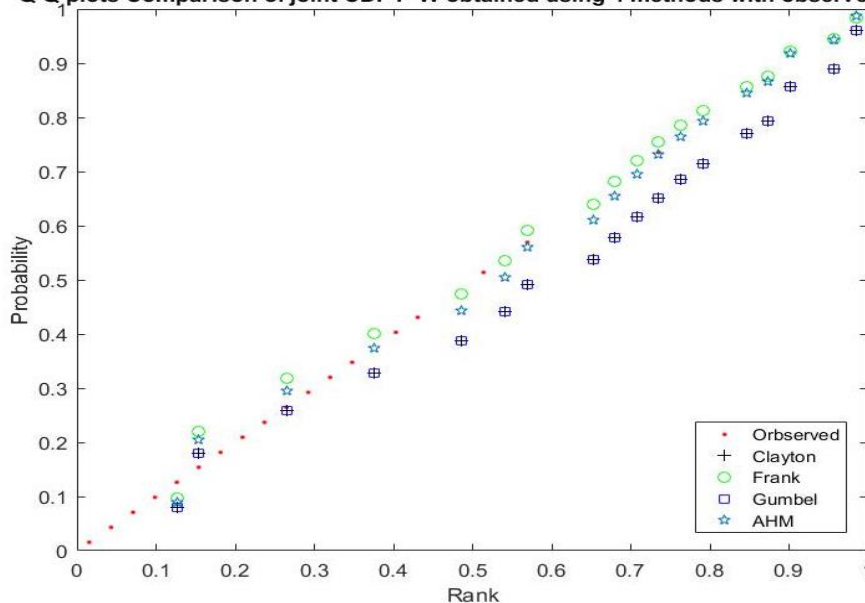
که p : فشار شبکه آبرسانی، w : مصرف ماهانه آب و T : دمای هوا هستند.

plot بین فشار و مصرف ماهانه آب در منطقه یک نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که تابع فرانک به خط زاویه ۴۵ درجه نزدیک تر از بقیه توابع و در نتیجه مناسب تر است.

جدول ۶ نشان دهنده نتایج آزمون نیکویی برازش برای توابع مفصل دو متغیره بین فشار و مصرف ماهانه آب است. جدول‌های ۷ الی ۹ نیز نشان دهنده نتایج نهایی آزمون نیکویی برازش برای توابع مفصل سه متغیره بین فشار، دمای آب و مصرف ماهانه آب هستند.

با توجه به این که نتایج حاصل از تابع علی-میکائیل-حق در محدوده دامنه پارامتر نبود از ارائه پارامترهای آن خودداری شد. بعد از این که پارامترهای توابع مفصل برآورد شد، مهم ترین گام برای تحلیل چند متغیره، انجام آزمون‌های نیکویی برازش و انتخاب بهترین تابع مفصل است. بنابراین در این تحقیق از آزمون گرافیکی $Q-Q$ plot که با استفاده از نمودار تابع مفصل تجربی است و از پنج معیار نیکویی برازش برای انتخاب بهترین تابع مفصل دو و سه متغیره استفاده شد. در شکل ۲ منحنی $Q-Q$

Q-Q plots Comparison of joint CDF P-W obtained using 4 methods with observed one



شکل ۲- منحنی‌های $Q-Q$ plot بین فشار و مصرف ماهانه آب منطقه یک آبفای شهر اصفهان

جدول ۶- نتایج آزمون نیکویی برازش توابع مفصل دو متغیره بین فشار و مصرف ماهانه آب در منطقه یک آبغای شهر اصفهان

| تابع مفصل | پارامتر | حداکثر درست نمایی | آکائیکه | خطای جذر میانگین مربعات | نش-ساتکلیف |
|----------------|---------|-------------------|---------|-------------------------|------------|
| کلایتون | ۰ | ۱۱۱/۲۸ | -۲۲۲/۵۶ | ۰/۲۷۳ | ۰/۹۳۶ |
| فرانک | -۲/۰۲ | ۱۱۵/۷۸ | -۲۳۱/۵۷ | ۰/۲۴۱ | ۰/۹۵۱ |
| گامبل | ۱ | ۱۱۱/۲۸ | -۲۲۲/۵۶ | ۰/۲۷۳ | ۰/۹۳۶ |
| علی میکائیل-حق | -۰/۹۷ | ۴۳/۲۸ | -۸۶/۵۶ | ۱/۸۰۳ | -۱/۷۷۸ |

جدول ۷- منتخب نتایج آزمون نیکویی برازش سه متغیره براساس سلسله مراتبی $C2(C1(P,W),F(T),\theta2)$

| تابع مفصل | پارامتر | حداکثر درست نمایی | آکائیکه | خطای جذر میانگین مربعات | نش-ساتکلیف |
|-----------|---------|-------------------|---------|-------------------------|------------|
| گامبل | ۱ | ۷۰/۵۱ | -۱۴۱/۰۲ | ۰/۸۴۶ | ۰/۵۰۸ |

جدول ۸- منتخب نتایج آزمون نیکویی برازش سه متغیره بر اساس سلسله مراتبی $C2(C1(P,T),F(W),\theta2)$

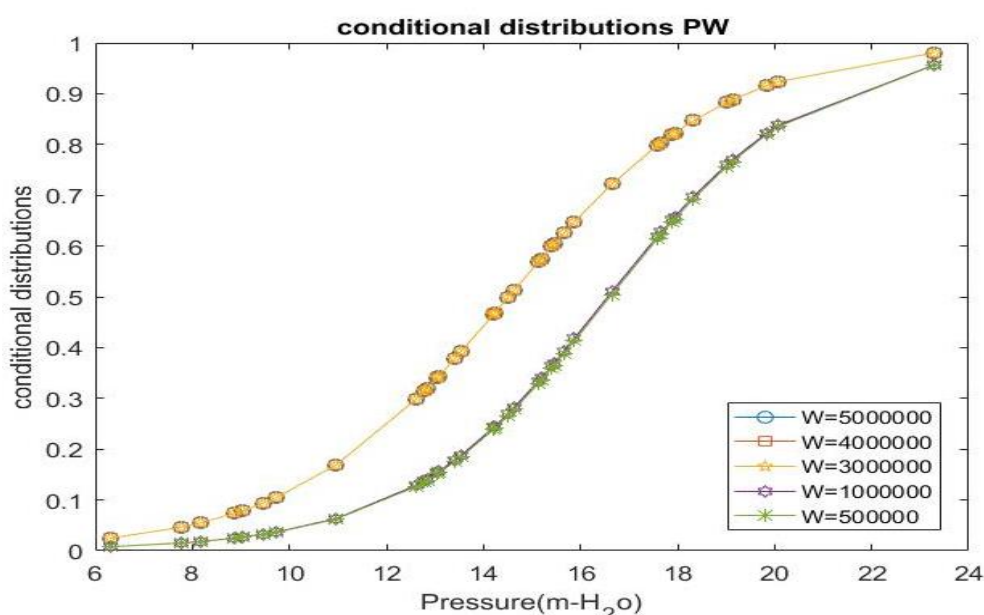
| تابع مفصل | پارامتر | حداکثر درست نمایی | آکائیکه | خطای جذر میانگین مربعات | نش-ساتکلیف |
|-----------|---------|-------------------|---------|-------------------------|------------|
| گامبل | ۱/۰۵ | ۵۰/۴۴ | -۱۰۰/۸۸ | ۱/۴۷۸ | ۰/۱۱ |

جدول ۹- منتخب نتایج آزمون نیکویی برازش سه متغیره بر اساس سلسله مراتبی $C2(C1(W,T),F(P),\theta2)$

| تابع مفصل | پارامتر | حداکثر درست نمایی | آکائیکه | خطای جذر میانگین مربعات | نش-ساتکلیف |
|-----------|---------|-------------------|---------|-------------------------|------------|
| گامبل | ۱ | ۹۱/۴۶ | -۱۸۲/۹۱ | ۰/۴۷۳ | ۰/۷۲۲ |

عمل شد و با توجه به معیارهای نیکویی برازش برای سه حالت بیان شده در قبل، تابع مفصل گامبل انتخاب شد. همچنین در شکل ۳ تابع توزیع تجمعی شرطی براساس تابع مفصل برگزیده بین مصرف ماهانه آب و فشار به ازای مقادیر معینی از مصرف ماهانه آب نشان داده شده است که با بالا رفتن فشار شبکه و افزایش مصرف ماهانه آب، احتمال شرطی دو متغیره با افزایش روبرو است.

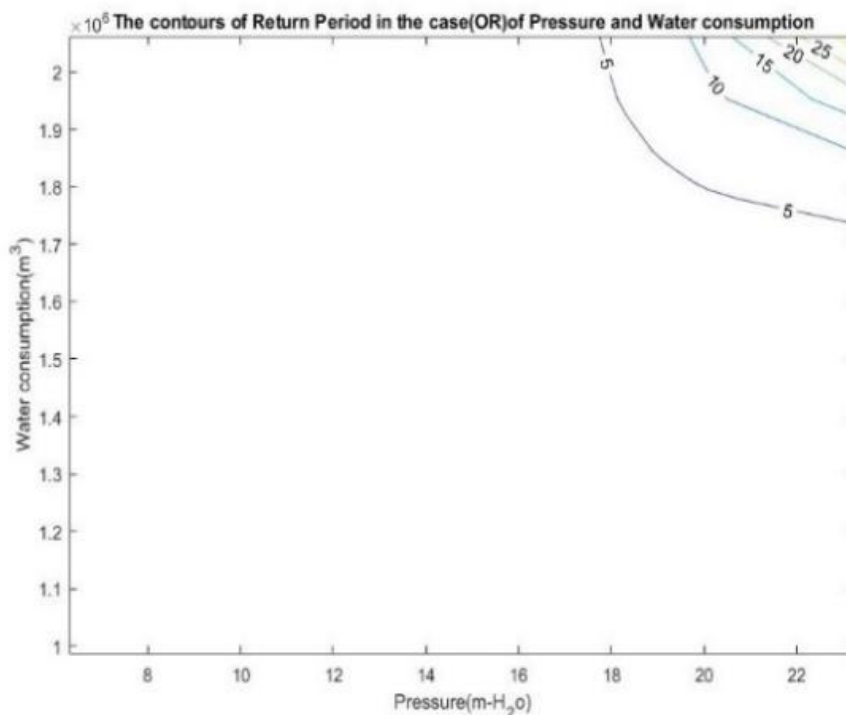
براساس معیار نش-ساتکلیف که نشان دهنده دقت پیش بینی مدل است که هرچه به ۱ نزدیک تر باشد بهتر است. همچنین خطای جذر میانگین مربعات هرچه کمتر باشد، مدل دقت بیشتری دارد. بنابراین تابع مفصل فرانک به عنوان بهترین تابع مفصل دو متغیره بین فشار و مصرف ماهانه آب با توجه به معیارهای نیکویی برازش انتخاب شد. به همین ترتیب برای انتخاب بهترین تابع مفصل سه متغیره با روش سلسله مراتبی به این روش



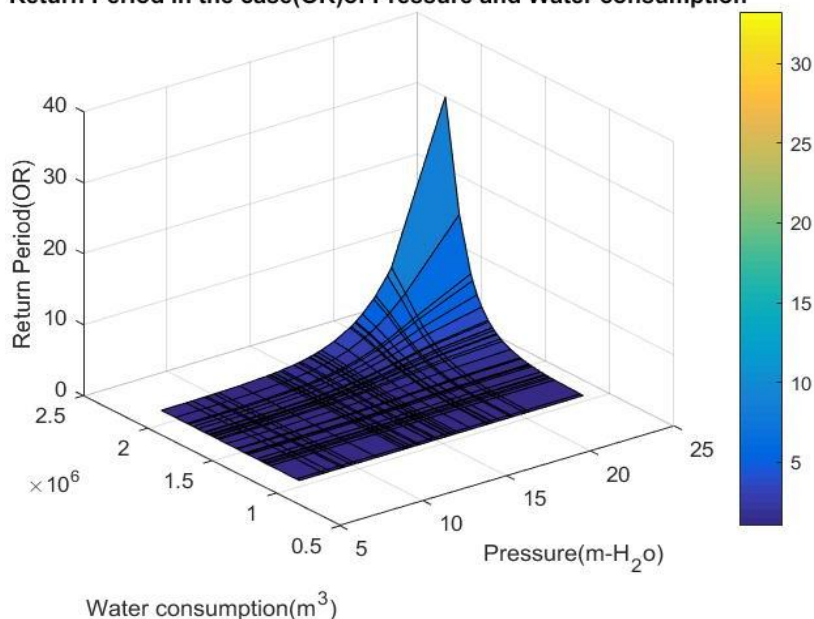
شکل ۳- احتمال توزیع تجمعی شرطی بین مصرف ماهانه آب و فشار در منطقه یک آبغای شهر اصفهان به ازای مقادیر معین از مصرف ماهانه آب با تابع مفصل فرانک

بیشتر از ۲۰ متر آب و دوره بازگشت ۵ سال (احتمال ۲۰ درصد) مقدار مصرف آب بیشتر از ۱/۸ میلیون مترمکعب خواهد بود. اعداد به‌دست‌آمده در هنگام طراحی شبکه‌ها و نیز شیوه‌های مدیریت مصرف آب با تنظیم فشار در شبکه‌ها به‌کار برده می‌شوند. در حالت شرطی هم با توجه به فرمول‌های ارائه‌شده، یکی از متغیرها باید از یک مقداری بیشتر و دیگری عددی ثابت باشد.

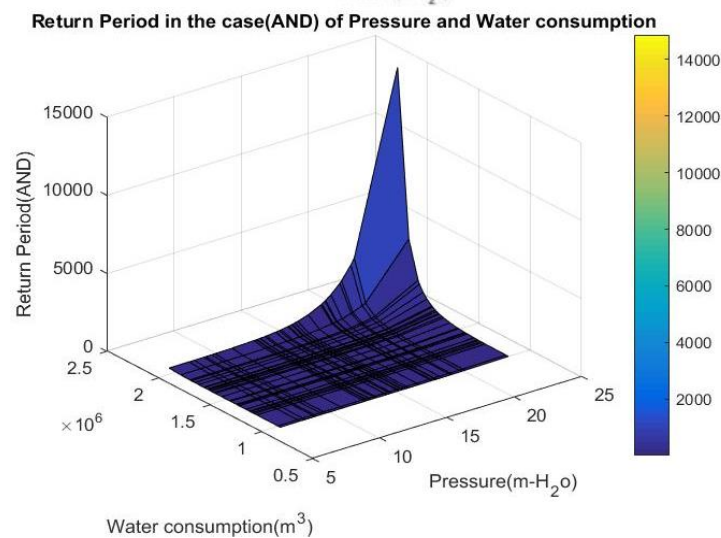
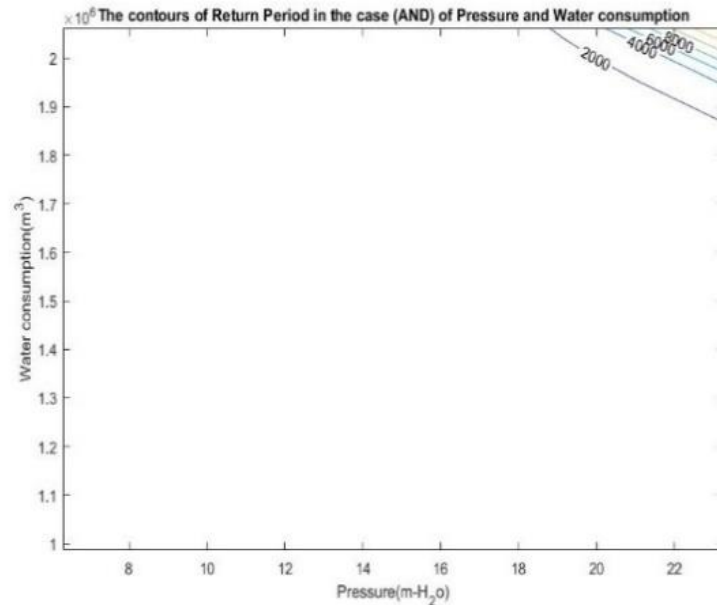
در نهایت در شکل ۴ دوره بازگشت‌های فصلی با تابع فرانک بین مصرف ماهانه آب و فشار شبکه، شکل ۵ دوره بازگشت عطفی و شکل ۶ دوره بازگشت‌های شرطی بین این دو متغیر نشان داده شده است. به‌عنوان نمونه در شکل ۴ باید یکی از پارامترها بیشتر از آستانه خاصی باشد؛ به‌دلیل این‌که تابع مورد نظر از جنس "یا" است، در صورتی‌که اگر تابع "و" برقرار بود باید هر دو مقدار از آستانه خاصی بیشتر باشند. با فرض فشار



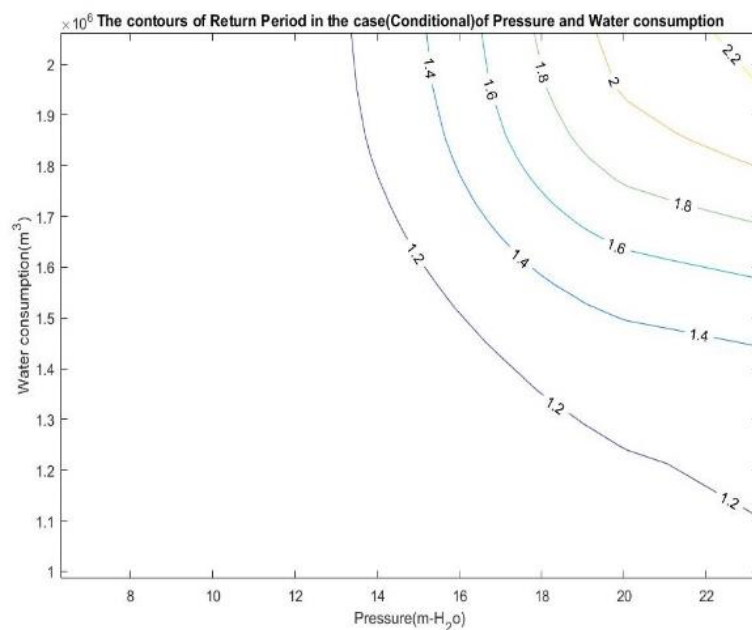
Return Period in the case(OR)of Pressure and Water consumption

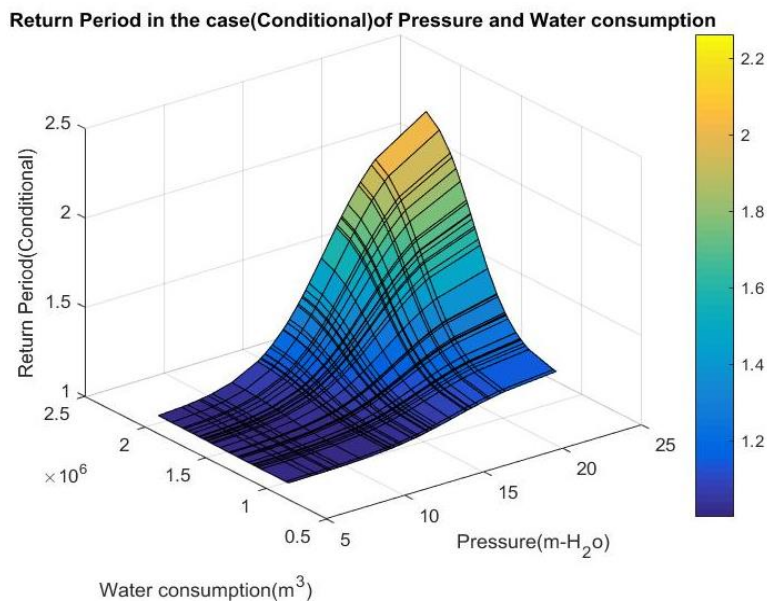


شکل ۴- خطوط کانتوری دوره بازگشت "یا" و دوره بازگشت "یا" دو متغیره با تابع فرانک (مصرف ماهانه آب و فشار) منطقه یک آبفای شهر اصفهان



شکل ۵- خطوط کانتوری دوره بازگشت "و" و دوره بازگشت "و" دومتغیره با تابع فرانک (مصرف ماهانه آب و فشار) منطقه یک آبیای شهر اصفهان





شکل ۶- خطوط کانتوری دوره بازگشت شرطی و دوره بازگشت شرطی دو متغیره با تابع مفصل فرانک (مصرف ماهانه آب و فشار) منطقه یک آبفای شهر اصفهان

۵- نتیجه‌گیری

به شکل سه متغیر با هم انجام شد که علی‌رغم تلاش‌های زیاد جواب‌های منطقی حاصل نشد. زیرا زمانی که مقایسه‌ای هم‌زمان بین سه متغیر انجام شد نشان داد به دلیل این که فشار شبکه پائین است با افزایش دمای هوا، مصرف آب به‌ناچار کاهش می‌یابد. این موضوع باعث همبستگی نامناسبی بین متغیرها می‌شود. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده تابع فرانک با پارامتر $2/02$ - به‌عنوان بهترین تابع مفصل بین دو متغیر مصرف ماهانه آب و فشار انتخاب شد و در بخش سه متغیره که به‌روش سلسله مراتبی انجام شد، تابع مفصل گامبل با پارامترهای ۱، $1/05$ و ۱ برای تمامی حالات انتخاب شد. نحوه انجام کار بدین‌صورت است که اولین و دومین متغیر باهم مفصل شده‌اند. سپس مفصل حاصل از آن با متغیر سوم دوباره مفصل شده است.

با توجه به اهمیت تحلیل متغیرهای شبکه آب با یکدیگر برای مدیریت شبکه به‌ویژه در مدیریت مصرف آب، احتمال تجمعی شرطی دو متغیره براساس تابع کوپلا انتخابی در حالت‌های مختلف برای این متغیرها محاسبه و ترسیم شد. نشان داده شد که هرچه فشار شبکه بیشتر باشد، با افزایش مقادیر مصرف ماهانه آب، احتمال شرطی دو متغیره به‌ازای مقادیر معین از مصرف ماهانه آب افزایش می‌یابد تا براساس آن برنامه‌های مدیریتی مصرف آب، تحلیل ریسک، برنامه‌ریزی احتمالاتی و به‌ویژه هشدار در مصرف آب انجام شود. هم‌چنین در حالت‌های مختلف با توجه به احتمالات مشخص، میزان مصرف ماهانه آب و فشار شبکه به‌دست‌آمد.

تحلیل و کنترل مصرف آب شهری کمک مؤثری به مدیران و بهره‌برداران سیستم‌های آب شهری است تا بتوانند نسبت به مدیریت صحیح به‌خصوص در مناطق خشک و نیمه‌خشک که با محدودیت آب رو به‌رو هستند اقدام نمایند. در این راستا پیش‌بینی و تحلیل و کنترل دقیق مصرف که خود می‌تواند تابع عوامل متعدد باشد از اهمیت زیادی برخوردار است. در این تحقیق متغیر مصرف آب از شبکه آبرسانی به‌صورت تابعی از دمای هوا و فشار شبکه است که به دلیل اهمیت بیشتر فشار شبکه تحلیل‌های دو متغیره براساس آن مورد بررسی قرار گرفت. در این مقاله از توابع آماری کوپلا برای تحلیل و کنترل شبکه‌های آب استفاده شد؛ بدین‌صورت که در ابتدا تعیین توابع توزیع تک متغیره و تخمین پارامترهای این توابع برای هر کدام از پارامترهای موردنظر انجام شد. سپس همبستگی اولیه بین متغیرها به‌صورت دوه‌دو با استفاده از ضرایب همبستگی تاوکندال، اسپیرمن و پیرسون تعیین شد. در نهایت کاربرد توابع مفصل ارشمیدسی برای تحلیل احتمالی دو متغیره و سه متغیره به‌طور جداگانه بررسی و با یکدیگر مقایسه شد. پس از آن انتخاب بهترین تابع مفصل با معیارهای مختلف، ارزیابی مدل‌ها (AIC, BIC, RMSE و...) صورت پذیرفت. در نهایت استفاده از مدل منتخب برای محاسبه تابع توزیع تجمعی شرطی، دوره بازگشت‌های شرطی، "و" و "یا" به‌صورت دو متغیره انجام شد. لازم‌به‌ذکر است که تحلیل فراوانی

- Nelsen, R.B., (2006), *An introduction to copulas*, Springer, New York, MR2197664.
- Saad, C., El Adlouni, S., St-Hilaire, A., and Gachon, P., (2014), "A nested multivariate copula approach to hydrometeorological simulations of spring floods: The case of the Richelieu River (Québec, Canada) record flood", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 29(1), 275-294, <https://doi.org/10.1007/s00477-014-0971-7>.
- Salvadori, G., De Michele, C., and Kottegoda, N.T., and Rosso, R., (2007), *Extremes in nature: An approach using copulas*, Springer, Netherlands.
- Salvadori, G., and De Michele, C., (2007), "On the use of copulas in hydrology: Theory and practice", *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4), 369-380, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2007\)12:4\(369\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2007)12:4(369)).
- She, D., and Xia, J., (2018), "Copulas-based drought characteristics analysis and risk assessment across the loess plateau of China", *Water Resources Management*, 32(2), 547-564, <https://doi.org/10.1007/s11269-017-1826-z>.
- Shiau, J.T., (2006), "Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas", *Water Resources Management*, 20, 795-815, <https://doi.org/10.1007/s11269-005-9008-9>.
- Shuang, Q., and Zhao, R.T., (2021), "Water demand prediction using machine learning method: A case study of the Beijing-Tianjin-Hebei region in China", *Water*, 13(3), 310-326, <https://doi.org/10.3390/w13030310>.
- Zhang, J., Lio, X., and Guo, B., (2016), "Multivariate copula-based joint probability distribution of water supply and demand in irrigation district", *Water Resources Management*, 30, 2361-2375, <https://doi.org/10.1007/s11269-016-1293-y>.
- Zhang, L., and Singh, V.P., (2007), "Trivariate flood frequency analysis using the Gumbel-Hougaard copula", *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4), 431-439, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2007\)12:4\(431\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2007)12:4(431)).
- Zhang, L., and Singh, V.P., (2019), *Copulas and their applications in water resources engineering*, Cambridge University Press.
- Zubaidi, S.L., Gharghan, S.K., Dooley, J., Alkhaddar, R.M., and Abdellatif, M., (2018), "Short-term urban water demand prediction considering weather factors", *Water Resources Management*, 32(14), 4527-4542, <https://doi.org/10.1007/s11269-018-2061-y>.



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC-BY) license.

- 1- Machine Learning
- 2- Gradient Boosting Decision Tree
- 3- Root Mean Square Error

۷- مراجع

- نمایه اقلیمی اصفهان، (۱۳۹۴)، برگرفته از مجله اداره کل هواشناسی استان اصفهان، (<http://www.esfahanmet.ir/>).
- تابش، م، گوشه، س، و یزدان‌پناه، م.ج، (۱۳۸۳)، "رأه یک رابطه برای پیش‌بینی مصرف روزانه آب شهری با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی"، *اولین کنگره ملی مهندسی عمران، تهران*.
- جزءقاسمی، ع، و نوروزی، ز، (۱۳۹۹)، "پیش‌بینی تقاضای آب شرب با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی: مطالعه موردی استان زنجان"، *سومین کنگره علوم و مهندسی آب و فاضلاب ایران، دانشگاه شیراز، ایران*.
- صفوی، ح. ر، (۱۳۹۹)، *هیدرولوژی مهندسی، چاپ پنجم، انتشارات ارکان دانش*.
- علیزاده، ا، (۱۳۸۸)، *اصول هیدرولوژی کاربردی، چاپ بیست و پنجم، انتشارات امام رضا*.
- ملاباشی، آ، علیان، ت، و روشنی، س، (۱۳۸۸)، "بررسی تغییرات دمای هوا بر میزان مصرف آب شهری: مطالعه موردی شهر کوهپایه اصفهان"، *سومین همایش ملی آب و فاضلاب و رویکرد بهره‌برداری، ۳-۸، تهران*.
- منزوی، م. ت، (۱۳۸۷)، *آبرسانی شهری، انتشارات دانشگاه تهران، ایران*.
- Fontanazza, C.M., Notaro, V., Puleo, V., and Freni, G., (2014), "Multivariate statistical analysis for water demand modeling", *16th Conference on Water Distribution System Analysis, WDSA, Procedia Engineering*, 89, 901-908, <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.11.523>.
- Genest, C., Ghoudi, K., and Rivest, L.P., (1998), "Understanding relationships using copulas", by Edward Frees and Emiliano Valdez, *North American Actuarial Journal*, 2(3), 143-149, <https://doi.org/10.1080/10920277.1998.10595749>.
- Herrera, M., Torgo, L., Izquierdo, J., and Perez-Garcia, R., (2010), "Predictive models for forecasting hourly urban water demand", *Journal of Hydrology*, 387(1-2), 141-150, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2010.04.00>.
- Joe, H., (1997), *Multivariate models and multivariate dependence concepts*, CRC Press.