

مکان‌یابی نقطه میانگین ناحیه فشاری در شبکه‌های توزیع آب بر اساس تحلیل هیدرولیکی

رضا معاشری^۱، محمدرضا جلیلی قاضی‌زاده^{۲*}

۱- دانشجوی دکترای تخصصی، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط‌زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

۲- دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط‌زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

* نویسنده مسئول، ایمیل: m_jalili@sbu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۰۷

تاریخ اصلاح: ۱۴۰۲/۰۶/۱۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۰۴

چکیده

یکی از اقدامات موجود در زمینه پایش شبکه‌های توزیع آب، فشارسنجی است. اما تعیین اولویت مکانی حسگرهای فشار و روش کاربردی تعیین مقدار فشار متوسط، همواره موردسوال می‌باشد. برای دستیابی به این هدف، باید در نقطه میانگین ناحیه (AZP)، فشارسنجی میدانی انجام شود. به کارگیری روش‌های متعارف برای استخراج چنین نقطه‌ای، می‌تواند خطای زیادی ایجاد کند. در این مقاله، روشی برای تعیین نقطه میانگین ناحیه در شبکه‌های توزیع آب پیشنهاد شده است؛ در این روش، شبکه موجود به یک گراف تبدیل شده و تخصیص وزن به یال‌های آن، بر اساس مقدار افت انرژی لوله‌ها، صورت می‌گیرد. سپس با استفاده از الگوریتم دایکسترا و با تعریف تابع هزینه‌ای که در این مطالعه برای نخستین بار مطرح شده است، مکان‌یابی بهینه AZP صورت می‌گیرد. روش پیشنهادی بر روی دو شبکه مرجع (هانونی و پولاکیس اصلاح‌شده)، پیاده‌سازی شد. نتایج نشان داد که فشار نقاط انتخابی با این فرآیند، می‌تواند نماینده بهتری برای فشار متوسط باشد؛ به صورتی که قدرمطلق خطای فشار متوسط برآوردشده در شبکه‌های مورد مطالعه، کمتر از

۰/۵ درصد بود. استفاده از چنین رویکردی سبب شد که خطای ناشی از به‌کارگیری روش متعارف در خصوص برآورد پارامتر مذکور، بالغ بر ۹۳ درصد کاهش یابد. روش پیشنهادی می‌تواند مورد استفاده شرکت‌های آب و فاضلاب قرار گیرد.

کلمات کلیدی:

شبکه‌های توزیع آب، فشار متوسط، نقطه میانگین ناحیه، الگوریتم دایکسترا، تئوری گراف.

پذیرفته شده / ویرایش نشده

Locating the Average Pressure Zone Point in Water Distribution Networks through Hydraulic Analysis

Reza Moasheri¹, Mohammadreza Jalili Ghazizadeh^{2*}

1. PhD Candidate, Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran¹

2. Associate Professor Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran²

Corresponding Author, Email: m_jalili@sbu.ac.ir

Received: 28/06/2023

Revised: 04/09/2023

Accepted: 26/09/2023

Abstract

Monitoring water distribution networks (WDNs) often involves pressure metering, but determining the optimal placement of pressure sensors and accurately calculating the average pressure remains a challenge. To address this, it's crucial to measure pressure at the average zone point (AZP) in the field. However, conventional methods for AZP determination can introduce significant errors. This paper introduces a novel method for AZP determination in WDNs. The approach transforms the existing WDN into a graph and assigns edge weights based on pipe energy loss. By employing Dijkstra's algorithm and a new cost function, the optimal AZP location is identified. This method was applied to two reference networks, Hanoi and modified Poulakis, yielding promising results. Pressure measurements obtained through this method more accurately represent the network's average pressure, with an absolute error of less than 0.5% for the studied networks. Moreover, this approach significantly reduces errors compared to conventional methods, achieving an error reduction of over 93%. This innovative method holds great potential for adoption by water and wastewater companies.

Keywords:

Water Distribution Networks, Average Pressure, Average Zone Point, Dijkstra Algorithm, Graph Theory.

¹ E-mail: r_moasheri@sbu.ac.ir

² Corresponding Author, E-mail: m_jalili@sbu.ac.ir

شبکه‌های توزیع آب، به‌عنوان یکی از عناصر مهم زیرساخت‌های عمرانی هر کشوری تلقی می‌گردند که وظیفه مهم تأمین نیازهای آبی مشترکین را به عهده دارند (Yang and Wang, 2023). در واقع هدف اصلی یک شبکه توزیع آب، تحویل آب به جمعیت تحت پوشش خود، با کیفیت، کمیت و فشار قابل قبول است (Ferreira et al., 2023). این شبکه‌ها علاوه بر تأثیر در سلامت بهداشت، در ساختارهای اجتماعی، اقتصادی و زیست‌محیطی جوامع نیز اثرگذار هستند (Salehi et al., 2019) و به همین دلیل، باید از لحاظ ایمنی و عملکرد بهینه، مورد پایش و کنترل قرار گیرند (Peng et al., 2022). پایش هیدرولیکی شبکه‌های توزیع آب به دلیل اثرگذاری در کمیت آب تحویلی به مصرف‌کنندگان، از اهمیت به‌سزایی برخوردار است؛ از سوی دیگر، وضعیت هیدرولیکی شبکه‌های مذکور تأثیر مستقیمی بر کیفیت آب عبوری از خطوط لوله دارند. در این راستا، جانمایی محل حسگرهای فشار از اهمیت به‌سزایی برخوردار بوده و به همین دلیل توجه پژوهشگران مختلفی را به خود جلب کرده است؛ به همین دلیل، مطالعات متعددی در این زمینه، طی سال‌های اخیر انجام شده است. Cao et al. (2019) مکان‌یابی حسگرها را به‌منظور نشان دادن الگوهای فشاری مختلف در مناطق همگن یک شبکه توزیع آب انجام دادند. Simone et al. (2016) مکان‌یابی حسگرهای فشار را بر اساس تجزیه و تحلیل توپولوژیکی شبکه پیشنهاد دادند؛ در روش مذکور، یک شبکه توزیع آب به چندین پهنه مجزا تقسیم می‌گردد و یک حسگر فشار در مرکز هر پهنه قرار می‌گیرد. Klapcsik et al. (2018) با استفاده از تئوری گراف، یک شبکه توزیع آب را به چندین زیر بخش تقسیم نموده و در ادامه برای هر زیر بخش، یک یا چندین حسگر مکان‌یابی کردند. Meier and Barkdoll (2000) آرایش حسگرها را به مسئله بهینه‌سازی تبدیل کرده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک (GA^1) جانمایی بهینه آن‌ها را پیدا کرد. Ferreira et al. (2023) مکان‌یابی حسگرهای فشار در یک شبکه را با استفاده از الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب ($NSGA-II^2$) و با تنظیم مناسب پارامترهای آن، انجام دادند. در برخی پژوهش‌ها، جانمایی حسگرهای فشاری با هدف (اهداف) خاصی نظیر افزایش کارایی روش‌های مبتنی بر مدل در موضوع نشت‌یابی یا تعیین محل حوادث صورت گرفته است؛ به‌عنوان مثال، Ferreira et al. (2021) و Ferreira et al. (2022) یک الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه را برای تعیین تعداد و محل بهینه حسگرهای فشاری با در نظرگیری کالیبراسیون مدل هیدرولیکی و شناسایی حوادث لوله‌ها توسعه دادند. همان‌طور که پیش‌تر مطرح شد، تاکنون پژوهش‌های مختلفی در این زمینه انجام شده است؛ اما موضوع مهمی که کمتر به آن توجه گردیده، پارامتر فشار متوسط شبکه می‌باشد؛ پارامتری که در محاسبات تعادل آبی شبکه‌های توزیع آب، برآورد شاخص‌های عملکردی و کالیبراسیون مدل‌های هیدرولیکی مورد نیاز است. هم‌چنین از آن‌جایی که لوله‌ها، یکی از اجزای اساسی شبکه‌های توزیع آب محسوب می‌شوند، طراحی یک برنامه مناسب جهت بازسازی و نوسازی آن‌ها از اهمیت به‌سزایی برخوردار است؛

پارامتر فشار متوسط شبکه در نتایج انجام این فرآیند برای چنین دارایی‌های ارزشمندی، تأثیر مهمی دارد (Salehi et al., 2019). در پهنه‌های مدیریت‌شده فشاری (PMZ³) یا نواحی مجزای اندازه‌گیری‌شده (DMAs⁴)، فشار معمولاً در نقطه بحرانی (دارای حداقل فشار ممکن) و هم‌چنین در نقطه ورودی، اندازه‌گیری می‌شود. ولی موضوع قابل توجه، ضرورت تعیین یک نقطه میانگین ناحیه (AZP⁵) برای هر پهنه/ناحیه می‌باشد. این نقطه برای اندازه‌گیری فشار متوسط شبانه ناحیه (AZNP⁶) نیز مناسب است. نقطه میانگین ناحیه (AZP) یک موقعیت فیزیکی (معمولاً یک شیر آتش‌نشانی) است که فشار در این نقطه می‌تواند نماینده فشار متوسط پهنه در زمان‌های مختلف (ساعتی، روزانه و فصلی) باشد (ILMSS Ltd, 2013). به عبارت دیگر، نقطه میانگین ناحیه (AZP)، نقطه‌ای است که فشار یک ناحیه مجزا یا پهنه مدیریت‌شده فشاری در آن اندازه‌گیری شده و به عنوان میانگین تمام فشارهای آن ناحیه در نظر گرفته می‌شود (M36, 2016). لازم به ذکر است که مشاوران و بهره‌برداران شرکت‌های آب و فاضلاب معمولاً از یک روش سنتی (متعارف) برای تخمین نقطه میانگین ناحیه (AZP) استفاده می‌کنند؛ ولی نتایج حاکی از آن است، فشار نقطه‌ای که با چنین روشی مکان‌یابی شده است، می‌تواند خطای بسیار زیادی نسبت به فشار متوسط واقعی شبکه موردبررسی داشته باشد. به همین دلیل در این مقاله، یک فرآیند مبتنی بر تحلیل هیدرولیکی و با استفاده از تئوری گراف، برای تعیین نقطه میانگین ناحیه (AZP) در شبکه‌های توزیع آب پیشنهاد شده است.

۲- مواد و روش انجام کار

در این قسمت ابتدا روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه (AZP) شرح داده شده و سپس به توضیح روش پیشنهادی جهت تعیین چنین نقطه‌ای در یک شبکه توزیع آب پرداخته شده است.

۲-۱- روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه (AZP)

روش سنتی برای تعیین نقطه AZP در هر پهنه فشاری از یک شبکه توزیع آب، از گام‌های زیر تشکیل می‌شود (ILMSS Ltd, 2013):

گام اول- محاسبه تراز ارتفاعی متوسط وزنی (WAGL⁷) برای یک پارامتر مناسب زیربنایی (معمولاً تعداد انشعابات مشترکین، طول خطوط اصلی یا تعداد شیرهای آتش‌نشانی). تراز ارتفاعی متوسط وزنی (WAGL) تراز است که ارتفاع آن برابر ارتفاع نقطه میانگین ناحیه (AZP) است. روش‌های محاسبه تراز ارتفاعی متوسط وزنی بر مبنای وزن دهی به یک پارامتر مناسب زیربنایی شبکه بوده و شامل روش‌های مبتنی بر تعداد انشعابات (با تعداد کنتورها)، تعداد شیرهای آتش‌نشانی و یا طول خطوط اصلی است. از طرفی با استفاده از سامانه‌ی اطلاعات جغرافیایی (GIS⁸) یا سامانه‌ی موقعیت‌یاب جهانی (GPS⁹) می‌توان تراز ارتفاعی هر انشعاب (در کنتور مشترکین) و/یا شیرهای آتش‌نشانی را تعیین نمود. داده‌های به‌دست‌آمده، سپس برای تعیین تراز

ارتفاعی متوسط وزنی برای نوع انتخاب شده از پارامترهای زیربنایی ناحیه استفاده می‌شود. این روش چون نیازمند ارتفاع دهی و انجام عملیات مکان‌یابی و GPS است، نیازمند صرف زمان و هزینه می‌باشد و ممکن است همیشه در دسترس نباشد. در عین حال در صورت وجود داده‌های کافی بهترین و دقیق‌ترین روش برای تعیین تراز ارتفاعی متوسط وزنی می‌باشد (ILMSS Ltd, 2013). از سوی دیگر، با توجه به این که در شبکه‌های کنونی عمدتاً اطلاعات مکانی مربوط به کنتورهای مشترکین و رقوم ارتفاعی آن‌ها در دسترس است، تراز ارتفاعی متوسط وزنی (WAGL) هر پهنه فشاری را می‌توان به صورت میانگین وزنی تراز ارتفاعی اشتراک‌های آن پهنه به دست آورد. بدین منظور از رابطه ۱ استفاده می‌گردد:

$$WAGL_i = \frac{\sum_{j=1}^n z_{i,j} \cdot P_{i,j}}{\sum_{j=1}^n P_{i,j}} \quad (1)$$

که در آن:

$WAGL_i$: تراز ارتفاعی متوسط وزنی پهنه فشاری i ام

$z_{i,j}$: تراز ارتفاعی اشتراک j ام پهنه فشاری i ام

$P_{i,j}$: تعداد جمعیت تحت پوشش اشتراک j ام پهنه فشاری i ام.

گام دوم- انتخاب یک شیر آتش‌نشانی مناسب در نزدیکی مرکز پهنه دارای تراز ارتفاعی به دست آمده از گام اول

گام سوم- به دست آوردن فشار در AZP با اندازه‌گیری مستقیم یا ارزیابی غیرمستقیم

گام چهارم - ثبت محاسبات و روش‌های استفاده شده

۲-۲- روش پیشنهادی برای تعیین نقطه‌ی میانگین ناحیه (AZP)

طبق تعریف، نقطه میانگین ناحیه (AZP)، نقطه‌ای است که فشار آن نقطه برابر فشار متوسط شبکه است. چنانچه نقطه‌ای یافته

شود که بزرگی مجموع اختلاف فشار آن نقطه تا نقاط دیگر شبکه کمینه باشد، این نقطه همان نقطه میانگین ناحیه خواهد بود.

به عبارت دیگر، نقطه i ، برابر نقطه میانگین ناحیه است؛ اگر رابطه ۲ زیر به ازای آن کمینه گردد:

$$Cost_i = \left| \sum_{j=1}^N ((Z_i - Z_j) + \Delta E_{i-j}) \right| \quad (2)$$

دقت شود که در رابطه فوق، از ترم‌های سرعت به دلیل ناچیز بودن آن‌ها صرف نظر گردد،

در این رابطه:

$Cost_i$: مقدار تابع هزینه (متر) به ازای در نظرگیری گره i ام به عنوان AZP

N : تعداد کل گره‌های شبکه

Z_j و Z_i : به ترتیب رقوم ارتفاعی (متر) گره i ام و گره j ام

ترم ΔE_{i-j} (متر) در رابطه ۲ برابر مجموع افت‌های اصطکاکی ($h_{f,i-j}$) و افت‌های موضعی ($h_{m,i-j}$) مسیر گره i تا گره j است. هر دوی آن‌ها به صورت رابطه ۳ قابل بیان کردن هستند (Trifunovic, 2006):

$$\Delta E_{i-j} = h_{f,i-j} + h_{m,i-j} = R_f Q^{n_f} |i \text{ to } j| + R_m Q^{n_m} |i \text{ to } j| \quad (3)$$

در رابطه فوق، پارامتر R_f بیانگر مقاومت لوله با قطر D و طول L ، در حد فاصل گره i تا گره j می‌باشد. پارامتر R_m را می‌توان به عنوان مقاومت در سطح مقطع لوله ذکر شده، جایی که در آن انسداد اتفاق افتاده است، تعریف نمود. Q دبی عبوری از این لوله بوده و توان‌های n_f و n_m نیز بستگی به نوع معادله افت به کار برده شده دارد.

رویکرد استفاده‌شده برای محاسبه مقدار تابع هزینه (رابطه ۲) در روش پیشنهادی به شرح زیر است (شکل ۲):

گام اول: در ابتدا باید مدل هیدرولیکی شبکه موجود با استفاده از داده‌های جدید مورد نیاز، ساخته شود. در صورت وجود مدل

هیدرولیکی از شبکه مورد مطالعه، فرآیند کالیبراسیون باید به منظور تطبیق هر چه بیشتر مدل با واقعیت آن، پیاده‌سازی گردد.

گام دوم: تبدیل مدل هیدرولیکی شبکه آب موجود به گرافی وزن دار، متشکل از مجموعه‌ای از یال‌ها (لوله‌ها) و رأس‌ها (گره-ها)

(ها)

گام سوم: محاسبه رابطه شماره ۳ برای هر یال موجود و تخصیص آن به عنوان وزن به گراف حاصل شده.

گام چهارم: محاسبه ماتریس کوتاه‌ترین مسیرها در گراف تهیه‌شده: بدین منظور ماتریسی به ابعاد $N \times N$ (که در آن N برابر

تعداد کل گره‌های شبکه یا تعداد کل رئوس گراف موجود است) حاصل خواهد شد. در ادامه، کوتاه‌ترین مسیر از رأس اول تا

رأس اول (که طول آن برابر صفر است)، از رأس اول تا رأس دوم، از رأس اول تا رأس سوم و به همین صورت از رأس اول تا

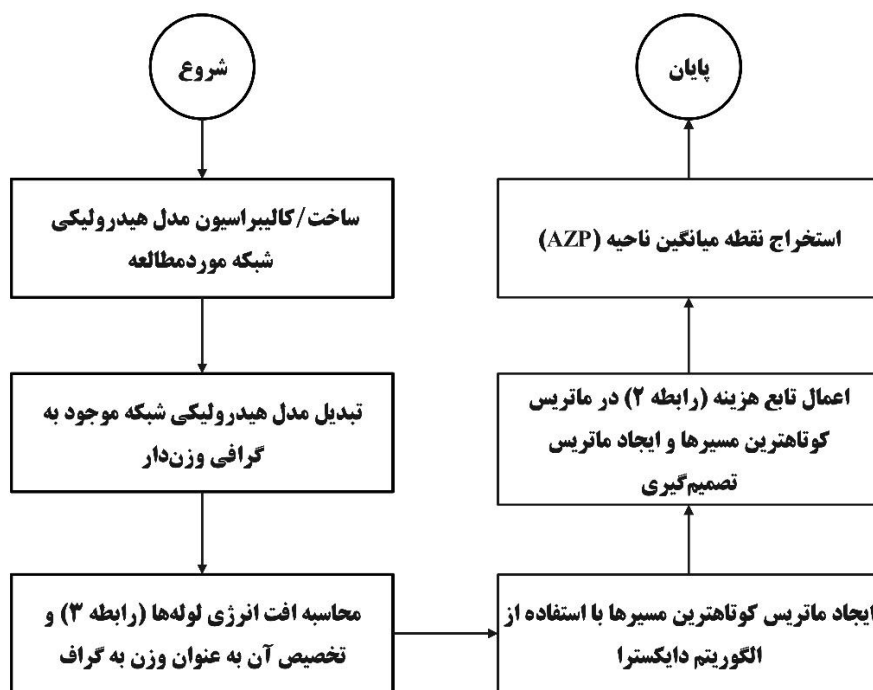
رأس N ام، استخراج شده، مجموع جبری وزن یال‌های هر مسیر محاسبه گردیده و مقادیر آن‌ها به عنوان طول آن مسیر، در

ستون اول ماتریس تشکیل شده قرار می‌گیرد. این فرآیند سپس برای رأس دوم تا هر یک از رئوس شبکه انجام شده و نتایج آن

در ستون دوم ماتریس مذکور قرار می‌گیرد. در نهایت به صورت مشابه، کوتاه‌ترین مسیر از رأس N ام تا رأس اول، از رأس N ام تا رأس دوم، از رأس N ام تا رأس سوم و در نهایت از رأس N ام تا رأس N ام (که طول آن برابر صفر است)، یافته شده و مقادیر متناظر با وزن یال‌های آن مسیرها بعد از برآورد، در ستون آخر همین ماتریس قرار می‌گیرد. ماتریس مذکور، "ماتریس کوتاه‌ترین مسیرها" نامیده می‌شود. برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین هر دو رأس این گراف از الگوریتم دایکسترا^{۱۰} استفاده می‌گردد که جزئیات آن در قسمت‌های دیگر آورده شده است.

گام پنجم: مقدار تابع هزینه (رابطه ۲) برای هر یک از ستون‌های "ماتریس کوتاه‌ترین مسیرها" محاسبه می‌گردد. نتایج محاسبات در ماتریسی تحت عنوان "ماتریس تصمیم‌گیری" ذخیره می‌شود. این ماتریس به صورت $1 \times N$ خواهد بود که در آن N برابر تعداد کل گره‌های شبکه است.

گام ششم: گره متناظر با شماره‌ای از "ماتریس تصمیم‌گیری" که کمترین مقدار تابع هزینه (رابطه ۲) را دارد، به عنوان نقطه میانگین ناحیه انتخاب شده و فشار متناظر با آن به عنوان فشار متوسط شبکه در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۲- روندنمای روش پیشنهادی برای تخمین نقطه میانگین ناحیه (AZP) در شبکه‌های توزیع آب

- کلیات

گراف‌ها، ساختارهای گسسته‌ای متشکل از رئوس (رأس‌ها) و یال‌هایی هستند که این رئوس را به هم متصل می‌کنند. انواع مختلفی از گراف‌ها، بسته به این که آیا یال‌ها جهت‌دار هستند یا خیر، آیا چندین یال می‌توانند یک جفت از رئوس را به هم وصل کنند یا خیر، حلقه در گراف مجاز است یا خیر و غیره، وجود دارند. تقریباً مشکلات موجود در هر رشته‌ای قابل‌تصور را می‌توان با استفاده از مدل‌های گراف حل نمود. یک گراف به صورت $G = (V, E)$ تعریف می‌شود که در آن V یک مجموعه غیر تهی از رئوس (یا گره‌ها) و E یک مجموعه از یال‌ها است. هر یال، یک یا دو رأس مربوط به خود دارد که نقاط پایانی آن یال تعریف می‌گردد (Rosen, 2011).

- تئوری الگوریتم دایکسترا

مسئله یافتن کوتاه‌ترین مسیر، در یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین رئوس یک گراف استفاده می‌شود. محاسبات کوتاه‌ترین مسیر را می‌توان به شکل‌های مختلفی دسته‌بندی نمود؛ از قبیل: مسئله کوتاه‌ترین مسیر تک چشمه^۱، مسئله کوتاه‌ترین مسیر تک جفت^۲، مسئله کوتاه‌ترین مسیر تک مقصد^۳، مسئله کوتاه‌ترین مسیر همه جفت‌ها^۴ و غیره. به صورت گسترده، الگوریتم دایکسترا در یافتن کوتاه‌ترین مسیر تک چشمه استفاده شده و کاربرد زیادی در حوزه‌های متعددی از قبیل مسیریابی دارد؛ به عنوان مثال می‌تواند کوتاه‌ترین فاصله بین دو مکان دلخواه را پیدا کند (Parekh et al., 2022). به صورت کلی، الگوریتم‌های مختلفی برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس در یک گره وزن‌دار وجود دارد. اما می‌توان اذعان کرد که در میان تمام الگوریتم‌هایی که برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین رئوس یک گراف پیشنهاد شده‌اند، الگوریتم دایکسترا، احتمالاً کارآمدترین آن‌هاست. این الگوریتم می‌تواند عملیات پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر از یک شهر دلخواه (که به عنوان گره آغازین یا گره شروع نامیده می‌شود) به دیگر شهرهای یک شبکه را به صورت مؤثری انجام دهد (MawLin and Naing, 2019). این الگوریتم توسط یک ریاضیدان هلندی به نام Edsger W. Dijkstra در سال ۱۹۵۹ میلادی معرفی شد (Rosen, 2011). الگوریتم دایکسترا می‌تواند بهینه‌ترین مسیرها را پیدا کند؛ به عبارت دیگر، صحت انتخاب کوتاه‌ترین مسیر در یک گراف، توسط این الگوریتم برابر ۱۰۰ درصد است (Zhou and Gao, 2019). به همین دلیل الگوریتم مذکور در پژوهش‌های مختلفی در سال‌های اخیر مورد استفاده قرار گرفته و نتایج رضایت‌بخشی حاصل گردیده است (Bahrami and Siadatmousavi, 2023; Al Hakim et al., 2022; Salem et al., 2022; Bai et al., 2023; Ubaidillah and Sukri, 2023; Khakzad, 2023; Peng et al., 2023; Kim et al., 2022; 2022; Perkowski and Tatar, 2020; Ahdan and Setiawansyah, 2021).

الگوریتم دایکسترا، به یافتن طول کوتاه‌ترین مسیر از a تا رأس اول، طول کوتاه‌ترین مسیر از a تا رأس دوم و ... ادامه می‌دهد تا طول کوتاه‌ترین مسیر موجود بین a تا Z را پیدا کند. در نتیجه این الگوریتم می‌تواند نه تنها کوتاه‌ترین مسیر a تا z ، بلکه طول کوتاه‌ترین مسیر از a تا تمام رئوس یک گراف را نیز پیدا کند. این الگوریتم مبتنی بر یک سری تکرار می‌باشد. یک مجموعه متمایز از رئوس با اضافه کردن یک رأس در هر تکرار ساخته می‌شود. یک رویکرد بر چسب‌دار در هر تکرار انجام می‌گیرد. در این رویکرد بر چسب‌دار، رأس W با طول کوتاه‌ترین مسیر از a تا w برچسب‌گذاری می‌شود که شامل تنها رأس‌هایی است که در مجموعه متمایز وجود دارند. این رأس که دارای حداقل برچسب در میان رئوسی می‌باشد که در مجموعه متمایز حضور ندارند، به مجموعه متمایز ذکر شده اضافه می‌شود. این جزئیات موجود در الگوریتم دایکسترا می‌باشد. این الگوریتم با برچسب‌گذاری a با عدد صفر و دیگر رئوس با ∞ آغاز می‌گردد. در این خصوص از نشانه‌گذاری $L_0(a) = 0$ و $L_0(v) = \infty$ برای این برچسب‌ها قبل از هرگونه تکراری استفاده می‌گردد (به صورت استاندارد، زیرنویس 0 بیانگر صفر امین تکرار است). این برچسب‌ها، طول کوتاه‌ترین مسیر از a تا رأس‌های دیگر هستند که شامل تنها رأس a می‌باشند (به دلیل آن که هیچ مسیر دیگری از a تا رأس دیگری غیر از a وجود دارد، طول کوتاه‌ترین مسیر از a تا بقیه رئوس در این تکرار، برابر بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود). الگوریتم دایکسترا، با تشکیل یک مجموعه متمایز از رئوس ادامه می‌دهد. در این خصوص S_k نمایانگر این مجموعه بعد از k تکرار رویکرد برچسب‌گذاری می‌باشد. در شروع $S_0 = \emptyset$ است. مجموعه S_k از مجموعه S_{k-1} و اضافه کردن یک رأس u که در مجموعه S_{k-1} وجود نداشته و دارای کوچک‌ترین برچسب است، تشکیل می‌گردد. هنگامی که u به مجموعه S_k اضافه می‌شود، برچسب تمام رئوسی که در مجموعه S_k قرار ندارند، به‌روزرسانی می‌گردد؛ به دلیل آن که $L_k(v)$ (برچسب رأس v در تکرار k ام)، برابر طول کوتاه‌ترین مسیر از رأس a به رأس v بوده که تنها شامل رئوسی می‌باشد که در مجموعه S_k وجود دارند. توجه شود روشی که در خصوص اضافه کردن رأس u به مجموعه S_k در هر تکرار انتخاب می‌کنیم، یک انتخاب بهینه در هر مرحله است و سبب می‌شود این یک الگوریتم حریصانه باشد (می‌توان اثبات کرد که این الگوریتم حریصانه، همیشه یک راه‌حل بهینه تولید می‌نماید). در نظر بگیرید که v شامل رأسی است که در مجموعه S_k وجود ندارد. برای به‌روزرسانی برچسب v ، باید توجه کرد که $L_k(v)$ برابر طول کوتاه‌ترین مسیر از رأس a تا رأس v است (به طوری که تنها شامل رئوس موجود در مجموعه S_k می‌باشد). عمل به‌روزرسانی برچسب‌ها می‌توان به شیوه کارآمد ذیل صورت گیرد: کوتاه‌ترین مسیر از رأس a تا رأس v شامل رئوسی که تنها در مجموعه S_k می‌باشند، یا شامل کوتاه‌ترین مسیر از a تا v شامل المان‌های مجموعه S_{k-1} (که شامل رئوس متمایز غیر از رأس u می‌باشد) است بوده یا این مسیر برابر کوتاه‌ترین مسیر از رأس a تا رأس u در مرحله $(k-1)$ ام به‌علاوه یال $\{u, v\}$ می‌باشد (رابطه ۴).

$$L_k(a, v) = \min\{L_{k-1}(a, v), L_{k-1}(a, u) + w(u, v)\}, \quad (4)$$

در رابطه فوق، $w(u, v)$ برابر طول یال با نقاط انتهایی u و v می‌باشد. این رویکرد با افزودن متوالی رئوس به مجموعه متمایز تا زمانی که z به مجموعه مذکور اضافه شود، ادامه می‌یابد و برچسب آن بیانگر طول کوتاه‌ترین مسیر a تا z می‌باشد. باید توجه داشت که اگر این رویکرد تا اضافه شدن کلیه رأس‌ها در مجموعه متمایز ادامه پیدا کند، می‌توان طول کوتاه‌ترین مسیر از رأس a تا تمام رئوس آن گراف را پیدا کرد (Rosen, 2011). شبه کد این الگوریتم در شکل ۳ آورده شده است.

```

procedure Dijkstra( $G$ : weighted connected simple graph, with
all weights positive)
{ $G$  has vertices  $a = v_0, v_1, \dots, v_n = z$  and lengths  $w(v_i, v_j)$ 
where  $w(v_i, v_j) = \infty$  if  $\{v_i, v_j\}$  is not an edge in  $G$ }
for  $i := 1$  to  $n$ 
 $L(v_i) := \infty$ 
 $L(a) := 0$ 
 $S := \emptyset$ 
{the labels are now initialized so that the label of  $a$  is 0 and all
other labels are  $\infty$ , and  $S$  is the empty set}
while  $z \in S$ 
 $u :=$  a vertex not in  $S$  with  $L(u)$  minimal
 $S := S \cup \{u\}$ 
for all vertices  $v$  not in  $S$ 
if  $L(u) + w(u, v) < L(v)$  then  $L(v) := L(u) + w(u, v)$ 
{this adds a vertex to  $S$  with minimal label and updates the
labels of vertices not in  $S$ }
return  $L(z)$  { $L(z) =$  length of a shortest path from  $a$  to  $z$ }

```

شکل ۳- شبه کد الگوریتم دایکسترا (Rosen, 2011)

- پیچیدگی محاسباتی و زمانی الگوریتم دایکسترا

در خصوص پیچیدگی محاسباتی الگوریتم دایکسترا (در ترم اضافه کردن و مقایسه) می‌توان بیان نمود که این الگوریتم بیشتر از $n - 1$ تکرار استفاده نمی‌کند که در آن n برابر تعداد کل رأس‌های یک گراف است؛ به دلیل آن که یک رأس به مجموعه متمایز در هر تکرار اضافه می‌گردد. حال باید بررسی کرد که در تکرار، چه تعداد عملیات به کار برده می‌شود. برای شناسایی رأسی که در مجموعه

S_k با کمترین برچسب وجود ندارد، از $n - 1$ فرآیند مقایسه استفاده می‌گردد. در ادامه باید فرآیند اضافه کردن و مقایسه را برای به‌روزرسانی برچسب هر رأسی که در مجموعه S_k وجود ندارد، استفاده کرد. به‌صورت کلی بیشتر از $2(n - 1)$ عملیات در هر تکرار استفاده نمی‌شود؛ زیرا بیشتر از $n - 1$ برچسب برای به‌روزرسانی در هر تکرار، وجود ندارد. در نهایت، الگوریتم دایکسترا از $O(n^2)$ عملیات (مقایسه و اضافه کردن) برای یافتن طول کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس در یک گراف وزن‌دار غیر جهت‌دار ساده با تعداد n رأس استفاده می‌نماید (Rosen, 2011). پیچیدگی زمانی این الگوریتم نیز به‌صورت $O(n^2)$ است (Zhou and Gao, 2019).

۳- نتایج و بحث

در این قسمت، روش پیشنهادی بر روی مدل هیدرولیکی دو شبکه آب معروف، پیاده‌سازی شده است.

۳-۱- شبکه هانوی

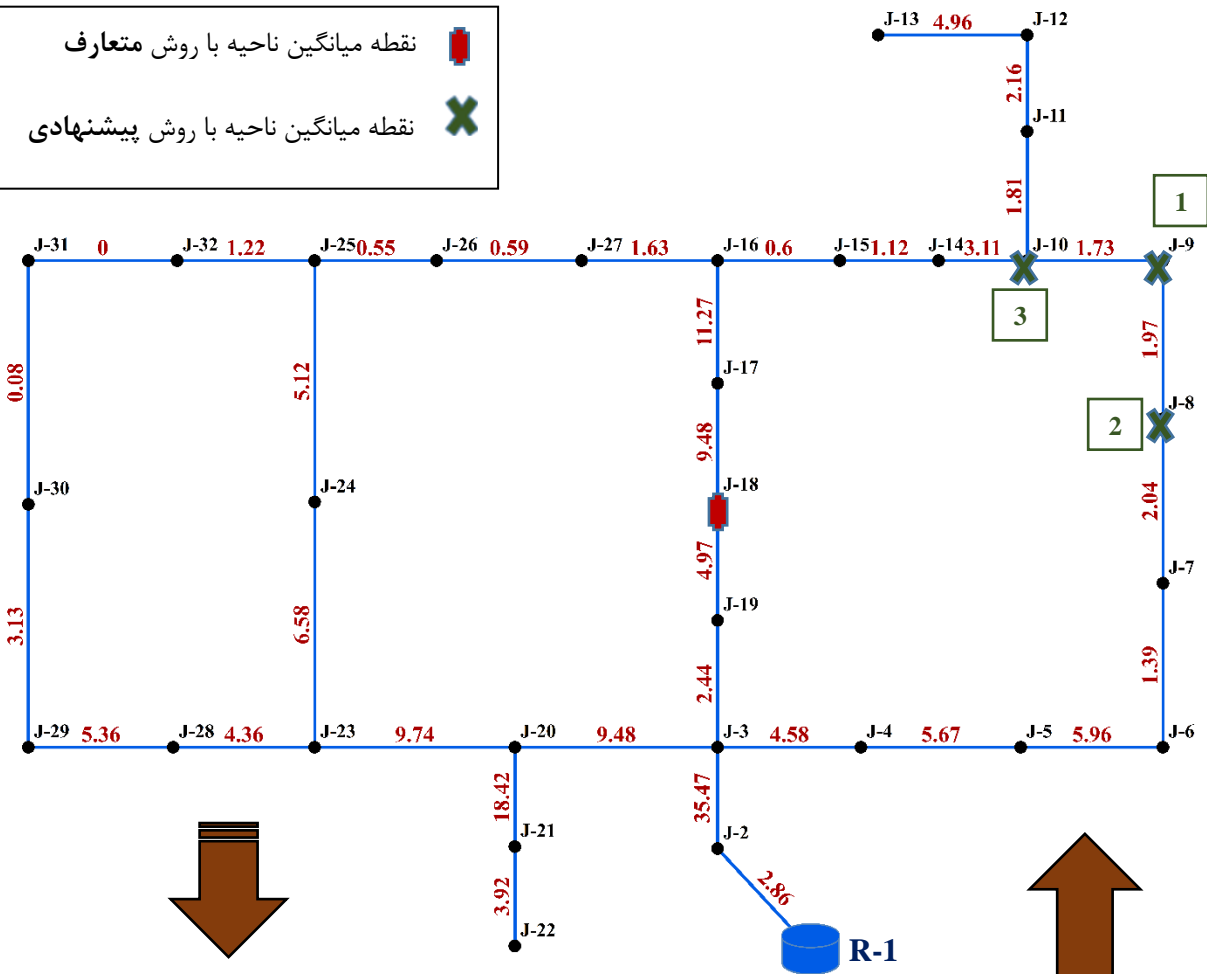
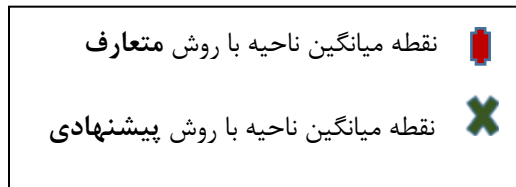
شبکه آب‌رسانی شهر هانوی (پایتخت کشور ویتنام) توسط Fujiwara and Khang (1990) معرفی شد. این شبکه (شکل ۴) شامل ۳۲ گره، ۳۴ لوله، ۳ حلقه بوده و دارای یک مخزن با رقوم ثابت سطح آب برابر ۱۰۰ متر است. طول و قطر لوله‌ها و هم‌چنین تقاضای مصرف آب گره‌ها به ترتیب در بازه ۱۰۰-۳۵۰۰ متر، ۱۰۱۶/۰-۳۰۴/۸ میلی‌متر و ۶۰-۱۳۵۰ مترمکعب در ساعت قرار دارد. ضرایب هیزن ویلیامز تمامی لوله‌ها برابر ۱۳۰ است. تمام گره‌های شبکه نیز در رقوم ارتفاعی صفر متری قرار دارند. فشار متوسط واقعی این شبکه برابر ۴۰/۱۱ متر می‌باشد.

خلاصه نتایج در جدول ۱ آورده شده است. در روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه، با توجه به این که رقوم ارتفاعی کلیه گره‌های شبکه برابر صفر می‌باشد، محل این نقطه در وسط شبکه خواهد بود؛ یعنی در J-18. این گره در شکل ۴ با علامت قرمز رنگ مشخص شده است. فشار این نقطه برابر ۵۴/۱۵ متر می‌باشد. مشاهده می‌شود که قدر مطلق اختلاف فشار نقطه میانگین ناحیه برآورده شده با این روش نسبت به فشار متوسط واقعی این شبکه، برابر ۳۴/۹۹ درصد است. در خصوص پیاده‌سازی روش پیشنهادی، بزرگی افت انرژی هر لوله به رنگ قرمز در شکل ۴ نمایان است. بخش‌هایی از محاسبات مربوط به ماتریس‌های کوتاه‌ترین مسیرها و تصمیم‌گیری نیز در شکل مذکور آورده شده است. بر اساس نتایج، مقدار تابع هزینه به ازای در نظرگیری J-9 به‌عنوان نقطه میانگین ناحیه، برابر ۳/۹۵ متر است. این نقطه با علامت ضربدر سبزرنگ در شکل ۴ مشخص است؛ فشار این نقطه نیز برابر ۳۹/۹۹ متر بوده که دارای قدر مطلق خطای ۰/۳۱ درصد با فشار متوسط واقعی شبکه می‌باشد. مشاهده می‌شود که فشار در AZP برآوردی با روش پیشنهادی

اختلاف بسیار کمتری با AZP برآوردی با روش متعارف داشته و این برتری روش فوق را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، روش پیشنهادی توانسته است که خطای ذکرشده را حدود ۹۹/۱۲ درصد کاهش دهد.

از جمله مزایای روش پیشنهادی آن است که می‌توان چند نقطه را به ترتیب اولویت به‌عنوان کاندیدای نقطه میانگین ناحیه انتخاب نمود که در صورت وجود مشکلات اجرایی در نقطه بهینه، از سایر نقاط کاندید بهره برد. در این راستا، دو نقطه‌ای که بعد از J-9 می‌توانند به‌عنوان کاندید نقطه میانگین ناحیه در این شبکه در نظر گرفته شوند، به ترتیب اولویت، شامل گره‌های J-8 و J-10 می‌باشند. مقدار تابع هزینه به ازای دو نقطه فوق، به ترتیب ۵۸/۹۵ و ۵۹/۴۲ متر می‌باشد. مشاهده می‌شود که مقدار تابع هزینه به ازای در نظرگیری هر کدام از نقاط مزبور به‌جای J-9، افزایش شدیدی می‌یابد. اختلاف فشار این دو نقطه با فشار متوسط واقعی شبکه، به ترتیب ۴/۵۸ و ۴/۶۲ درصد است.

جدول ۱- خلاصه نتایج محاسبات تخمین نقاط میانگین ناحیه شبکه‌های مورد مطالعه				
نام شبکه	محل نقطه میانگین ناحیه (AZP)		درصد خطا_ نسبت به فشار میانگین واقعی (%)	
	روش متعارف	روش پیشنهادی	روش متعارف	روش پیشنهادی
هانوی	J-18	J-9	۳۴/۹۹	۰/۳۱
پولاکیس اصلاح‌شده	J-28	J-38	۷/۳۴	۰/۴۶



	J-2	J-3	R-1
J-2	0	35.47	...
J-3	-35.47	0	...
R-1	2.86	38.33	...

J-9	J-8	J-10	...	J-2
3.95	58.95	59.42	...	1822.29

ماتریس تصمیم‌گیری (مرتب شده)

ماتریس کوتاهترین مسیرها
(انتخاب مسیر توسط الگوریتم دایکسترا)

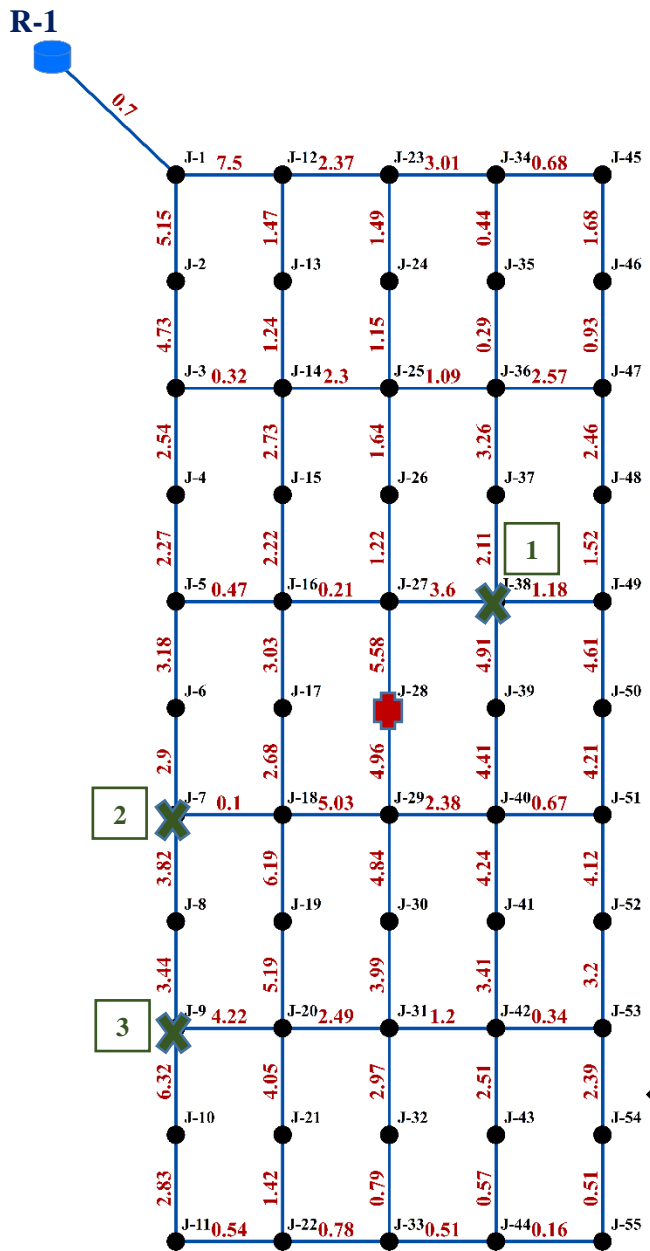
شکل ۴- شبکه هانوی (سه نقطه میانگین ناحیه برآورد شده با روش پیشنهادی، با شماره‌های ۱ تا ۳ به ترتیب اولویت در شکل نمایان است).

مقادیر قرمز رنگ نوشته شده روی مدل شبکه بیانگر افت انرژی هر لوله یا وزن آن در گراف حاصل می‌باشد.

۲-۳- شبکه پولاکیس اصلاح شده

در این قسمت، روش پیشنهادی روی شبکه شماتیک شبکه پولاکیس (Poulakis et al., 2003) اصلاح شده پیاده‌سازی گردیده است. در این شبکه، طول لوله‌های توزیع برابر ۱۰۰۰ متر، ضریب هیزن - ویلیامز هر لوله برابر ۱۳۰ بوده، قطر لوله‌ها در بازه ۴۰-۶۰۰ لیتر بر میلی‌متر بوده و دارای یک مخزن (با ارتفاع سطح آب برابر ۷۰ متر) است. میزان تقاضا در گره‌های این شبکه در بازه ۴۰-۵ لیتر بر ثانیه بوده و رقوم ارتفاعی آن‌ها نیز در بازه ۲۰-۱۰ متری قرار دارد. فرض شده است که توزیع جمعیت مشترکین در قسمت‌های مختلف این شبکه، به صورت یکسان می‌باشد. شماتیک این شبکه در شکل ۵ آورده شده است. فشار متوسط آن نیز برابر ۳۰/۵۶ متر می‌باشد.

خلاصه انجام محاسبات در جدول ۱ آورده شده است. در روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه، با توجه به این که متوسط رقوم ارتفاعی کلیه گره‌های شبکه برابر ۱۵/۵۴ متر می‌باشد، محل این نقطه در وسط شبکه و در J-28 با رقوم ارتفاعی برابر ۱۵/۴۹ متر خواهد بود (در شکل ۵ با علامت قرمز رنگ مشخص شده است). فشار این نقطه برابر ۳۲/۸۰ متر می‌باشد. مشاهده می‌شود که قدر مطلق اختلاف فشار نقطه میانگین ناحیه برآوردی با این روش نسبت به فشار متوسط واقعی این شبکه، برابر ۷/۳۴ درصد است. قسمت‌هایی از محاسبات مربوط به ماتریس‌های کوتاه‌ترین مسیرها و تصمیم‌گیری در شکل ۵ آورده شده است. در نتیجه محل نقطه میانگین ناحیه تخمین زده شده با روش پیشنهادی با علامت ضربدر سبزرنگ در شکل مذکور نمایان می‌باشد؛ محل این نقطه در J-38 بوده و مقدار تابع هزینه به ازای آن حدود ۸/۰۶ متر است. فشار نقطه مذکور نیز برابر ۳۰/۷۰ متر بوده که دارای انحراف ۰/۴۶ درصد با فشار متوسط واقعی شبکه می‌باشد. مشاهده می‌شود که با انتخاب نقطه میانگینی که توسط روش پیشنهادی تخمین زده شده، است، خطای برآورد فشار متوسط شبکه، حدود ۹۳/۶۷ درصد کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که چنانچه به علت مشکلات اجرایی، امکان فشارسنجی در J-38 فراهم نباشد، می‌توان به جای آن، این عملیات را به ترتیب اولویت در J-7 و J-9، به عنوان جایگزین نقطه مذکور، پیاده‌سازی نمود. لازم به ذکر است که در این صورت هر چند مقدار تابع هزینه افزایش می‌یابد، ولی خطای برآورد فشار متوسط شبکه به ۱/۰۴ درصد در خصوص نقطه J-7 و به ۱/۷۶ درصد در خصوص نقطه J-9 می‌رسد؛ لذا همچنان برآورد قابل قبولی را از فشار متوسط شبکه، خواهیم داشت.



+ نقطه میانگین ناحیه با روش متعارف
x نقطه میانگین ناحیه با روش پیشنهادی

ماتریس کوتاهترین مسیرها
(انتخاب مسیر توسط الگوریتم دایکسترا)

	J-54	J-43	R-1	
J-54	0	-0.22	...	-39.37
J-43	0.22	0	...	-39.15
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R-1	39.37	39.15	...	0

ماتریس تصمیم‌گیری (مرتب شده)

	J-38	J-7	J-9	R-1
J-38	8.06	18.03	30.34	1714.69

شکل ۵- شبکه پولاکیس اصلاح شده (سه نقطه میانگین ناحیه برآورد شده با روش پیشنهادی، با شماره‌های ۱ تا ۳ به ترتیب اولویت در شکل نمایان است). مقادیر قرمز رنگ نوشته شده روی مدل شبکه بیانگر افت انرژی هر لوله یا وزن آن در گراف حاصل می‌باشد.

۳-۳- تحلیل بیشتر

در روش سنتی تعیین نقطه میانگین ناحیه، متوسط وزنی تراز ارتفاعی گره‌ها/اشتراک‌های موجود به‌عنوان تراز ارتفاعی AZP در نظر گرفته شده و فشار چنین نقطه‌ای در وسط شبکه، برابر فشار متوسط آن در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که این رویکرد لزوماً صحیح نیست؛ زیرا ممکن است، افت انرژی چنین نقطه‌ای تا نقاط دیگر شبکه آنقدر زیاد باشد که فشار اندازه‌گیری شده چنین نقطه‌ای با متوسط فشار نقاط دیگر، تفاوت زیادی داشته باشد. به‌عبارت‌دیگر، هیدرولیک شبکه به‌صورت قانونمند در چنین تصمیم‌گیری‌ای لحاظ نمی‌گردد. انتظار می‌رود هرچقدر مقدار افت انرژی لوله‌های یک شبکه بیشتر باشد، صحت روش سنتی کاهش یابد. بر اساس نتایج، خطای برآورد فشار متوسط شبکه توسط نقطه میانگین ناحیه‌ای که به روش سنتی مکان‌یابی شده، در شبکه مورد مطالعه اول (هانوی) و دوم (پولاکیس اصلاح‌شده) به ترتیب $34/99\%$ و $7/34\%$ درصد بوده است. در هر دو شبکه مذکور، مجموع بزرگی افت انرژی لوله‌ها بر طول کل شبکه تقسیم شده و به‌عنوان متوسط مقدار افت خط انرژی (متر/متر) در نظر گرفته شد؛ این مقدار در شبکه هانوی برابر $0/044$ و در شبکه پولاکیس اصلاح‌شده برابر $0/026$ متر/متر است. لذا به همین دلیل است که خطای تخمین فشار متوسط توسط روش سنتی در شبکه اول به‌مراتب بیشتر از خطای مذکور در شبکه دوم است. هرچند مقادیر فوق با پیاده‌سازی روش پیشنهادی به کمتر از $0/5$ درصد رسیده است.

۴- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی جهت تعیین نقطه میانگین ناحیه (AZP) در شبکه‌های توزیع آب پیشنهاد شد. این روش، مبتنی بر تحلیل هیدرولیکی شبکه بوده و از الگوریتم‌های موجود در نظریه گراف استفاده می‌کند. روش پیشنهادی در شبکه‌های هانوی (شبکه مورد مطالعه اول) و پولاکیس اصلاح‌شده (شبکه مورد مطالعه دوم) پیاده‌سازی شد. از طرف دیگر، نقطه مذکور توسط روش سنتی (متعارف) نیز مکان‌یابی شده و نتایج آن مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که در شبکه‌های اول و دوم مورد مطالعه، قدرمطلق خطای برآورد فشار متوسط واقعی شبکه با روش پیشنهادی، به ترتیب حدود $0/31$ و $0/46$ درصد است؛ فرآیند پیشنهادی سبب شده است که خطای ناشی از به‌کارگیری روش متعارف در تخمین پارامتر مذکور، بیشتر از 93 درصد کاهش یابد. لازم به ذکر است که هرچند در این مقاله، روشی دقیق‌تر (نسبت به روش سنتی موجود) برای یافتن نقطه میانگین ناحیه در شبکه‌های توزیع آب ارائه شده است، ولی باید در نظر گرفت که استفاده از این روش پیچیدگی‌های محاسباتی خاص خود را دارد. در حالی که روش سنتی یک روش کاربردی است که برای استفاده آسان توسط بهره‌برداران ارائه شده است. از سوی دیگر، با گسترش استفاده از شبکه‌های

هوشمند در صنعت آبرسانی، توسعه و استفاده از روش‌های جدید و دقیق‌تر، فراگیر خواهد شد. همچنین نتایج این مقاله نشان داد که صحت روش سنتی چقدر می‌تواند کمتر از یک روش محاسباتی دقیق برای پروژه‌های مورد مطالعه است.

۵- پی‌نوشت‌ها

- 1- Genetic Algorithm
- 2- Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II
- 3- Pressure Managed Zone
- 4- District Metered Areas
- 5- Average Zone Point
- 6- Average Zone Night Pressure
- 7- Weighted Average Ground Level
- 8- Geographic Information's Systems
- 9- Global Positioning Systems
- 10- Dijkstra
- 11- Single source shortest path problem
- 12- Single pair shortest path problem
- 13- Single destination shortest path problem
- 14- All-pairs shortest path problem

صالحی، ستار، تابش، مسعود، و جلیلی قاضی‌زاده، محمدرضا، (۱۳۹۷)، "توسعه یک مدل اولویت‌بندی برای بازسازی لوله‌های شبکه‌های توزیع آب با حداقل اطلاعات ساختاری"، *علوم و مهندسی آب و فاضلاب*، ۲۹(۶)، ۴۰-۵۵.

[.10.22093/wwj.2017.91467.2447](https://doi.org/10.22093/wwj.2017.91467.2447)

- American Water Works Association (AWWA), (2016), "Water Audits and Loss Control Programs (M36)", Printed in the United States of America.
- Ahdan, S., and Setiawansyah, S., (2021), "Android-Based Geolocation Technology on a Blood Donation System (BDS) Using the Dijkstra Algorithm", *IJAIT (International Journal of Applied Information Technology)*, 1-15. <https://doi.org/10.25124/ijait.v5i01.3317>.
- Al Hakim, R. R., Purwono, P., Arief, Y. Z., Pangestu, A., Satria, M. H., and Ariyanto, E., (2022), "Implementation of dijkstra algorithm with react native to determine Covid-19 distribution", *Sistemasi: Jurnal Sistem Informasi*, 11(1), 160-170. <https://doi.org/10.32520/stmsi.v11i1.1667>.
- Bahrami, N., and Siadatmousavi, S. M., (2023), "Ship voyage optimisation considering environmental forces using the iterative Dijkstra's algorithm", *Ships and Offshore Structures*, 1-8 <https://doi.org/10.1080/17445302.2023.2231200>.
- Bai, X., Wang, L., Hu, Y., Li, P., and Zu, Y., (2023), "Optimal Path Planning Method for IMU System-Level Calibration Based on Improved Dijkstra's Algorithm", *IEEE Access*, 11, 11364-11376. [10.1109/ACCESS.2023.3240518](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3240518).
- Cao, H., Hopfgarten, S., Ostfeld, A., Salomons, E., and Li, P., (2019), "Simultaneous Sensor Placement and Pressure Reducing Valve Localization for Pressure Control of Water Distribution Systems", *Water*, 11(7), 1352. <https://doi.org/10.3390/w11071352>.
- Ferreira, B., Antunes, A., Carriço, N., and Covas, D., (2022), "Multi-objective optimization of pressure sensor location for burst detection and network calibration", *Computers & Chemical Engineering*, 162, 107826. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2022.107826>.
- Ferreira, B., Antunes, A., Carriço, N., and Covas, D., (2023), "NSGA-II parameterization for the optimal pressure sensor location in water distribution networks", *Urban Water Journal*, 20(6), 738-750. <https://doi.org/10.1080/1573062X.2023.2209553>.
- Ferreira, B., Carriço, N., and Covas, D., (2021), "Optimal Number of Pressure Sensors for Real-Time Monitoring of Distribution Networks by Using the Hypervolume Indicator", *Water*, 13(16), 2235. <https://doi.org/10.3390/w13162235>.
- Fujiwara, O., and Khang, D. B., (1990), "A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks", *Water Resources Research*, 26(4), 539-549. <https://doi.org/10.1029/WR026i004p00539>.
- Khakzad, N., (2023), "A methodology based on Dijkstra's algorithm and mathematical programming for optimal evacuation in process plants in the event of major tank fires", *Reliability Engineering & System Safety*, 236, 109291. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109291>.
- Kim, D., Kim, D., Woo, D., and Lee, Y., (2022), "Development of an image analysis code for hydrided Zircaloy using Dijkstra's algorithm and sensitivity analysis of radial hydride continuous path", *Journal of Nuclear Materials*, 564, 153647. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2022.153647>.
- Klapcsik, K., Varga, R., and Hós, C., (2018), "Optimal Pressure Measurement Layout Design in Water Distribution Network Systems", *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering*, 62(1), 51-64. <https://doi.org/10.3311/PPme.11409>.
- ILMSS Ltd., (2013), "Average Pressure in Water Distribution Systems and Zones".

- Maw, S. S., Lin, K. S., and Naing, L. L., (2019), "Dijkstra's Algorithm for Effective Travelling to the Most Famous Destinations in Myanmar", *International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT)*, 65(8), 4-12.
- Meier, R. W., and Barkdoll, B. D., (2000), "Sampling Design for Network Model Calibration Using Genetic Algorithms", *Journal of Water Resources Planning and Management*, 126(4), 245-250. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2000\)126:4\(245\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2000)126:4(245)).
- Parekh, S., Jha, A., Dalvi, A., and Siddavatam, I., (2022), "An Exhaustive Approach Orchestrating Negative Edges for Dijkstra's Algorithm", 7th International conference for Convergence in Technology (I2CT), 1-5.
- Peng, F., Deng, X., Jiang, M., Dinardo, S., and Shen, Y., (2023), "A New Method to Combine Coastal Sea Surface Height Estimates from Multiple Retracker by Using the Dijkstra Algorithm", *Remote Sensing*, 15(9), 2329. <https://doi.org/10.3390/rs15092329>.
- Peng, S., Cheng, J., Wu, X., Fang, X., and Wu, Q., (2022), "Pressure Sensor Placement in Water Supply Network Based on Graph Neural Network Clustering Method", *Water*, 14(2), 150. <https://doi.org/10.3390/w14020150>.
- Perkowski, Z., and Tataara, K., (2020), "The use of Dijkstra's algorithm in assessing the correctness of imaging brittle damage in concrete beams by means of ultrasonic transmission tomography", *Materials*, 13(3), 551. <https://doi.org/10.3390/ma13030551>.
- Poulakis, Z., Valougeorgis, D., and Papadimitriou, C., (2003), "Leakage detection in water pipe networks using a Bayesian probabilistic framework", *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18(4), 315-327. [https://doi.org/10.1016/S0266-8920\(03\)00045-6](https://doi.org/10.1016/S0266-8920(03)00045-6).
- Rosen, K. H., (2011), *Discrete Mathematics and Its Applications*, McGraw Hill.
- Salehi, S., Robles-Velasco, A., Seyedzadeh, A., Ghazali, A., and Davoudiseresht, M., (2022), "A hybrid knowledge-based method for pipe renewal planning in Water Distribution Systems with limited data: Application to Iran", *Utilities Policy*, 78, 101407. <https://doi.org/10.1016/j.jup.2022.101407>.
- Salem, I. E., Mijwil, M. M., Abdulqader, A. W., and Ismaeel, M. M., (2022), "Flight-schedule using Dijkstra's algorithm with comparison of routes findings", *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 12(2), 1675. <http://doi.org/10.11591/ijece.v12i2.pp1675-1682>.
- Simone, A., Giustolisi, O., and Laucelli, D. B., (2016), "A proposal of optimal sampling design using a modularity strategy", *Water Resources Research*, 52(8), 6171-6185. <https://doi.org/10.1002/2016WR018944>.
- Trifunovic, N., (2006), *Introduction to Urban Water Distribution: Unesco-IHE Lecture Note Series (1st ed.)*, CRC Press.
- Ubaidillah, A., and Sukri, H., (2023), "Application of Odometry and Dijkstra Algorithm as Navigation and Shortest Path Determination System of Warehouse Mobile Robot", *Journal of Robotics and Control (JRC)*, 4(3), 413-423.
- Yang, G., and Wang, H., (2023), "Optimal Pressure Sensor Deployment for Leak Identification in Water Distribution Networks", *Sensors*, 23(12), 5691. <https://doi.org/10.3390/s23125691>.
- Zhou, M., and Gao, N., (2019), "Research on Optimal Path based on Dijkstra Algorithms", *3rd International Conference on Mechatronics Engineering and Information Technology*.